

*С.Хокинг, Р.Пенроуз*

## **ПРИРОДА ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ**

Ижевск: НИЦ "РХД", 2000, 160 стр.

Основное содержание книги состоит из шести лекций, предваряющих дискуссию, и изложение самой дискуссии, прошедшей между Хокингом и Пенроузом по некоторым наиболее фундаментальным вопросам, связанным с природой Вселенной. К этим вопросам можно отнести «стрелу времени», начальные условия рождения Вселенной, поглощение информации черными дырами и др. Дискуссия в значительной мере является продолжением сольвеевского спора Бора и Эйнштейна по основам квантовой механики.

Для широкой аудитории читателей, интересующихся проблемами современной физики и космологии.

### Содержание

Предисловие	6
Благодарности	8
Глава 1. Стивен Хокинг. Классическая теория	9
Глава 2. Роджер Пенроуз. Структура пространственно временных сингулярностей	36
Глава 3. Стивен Хокинг. Квантовые черные дыры	48
Глава 4. Роджер Пенроуз. Квантовая теория и пространство-время	75
Глава 5. Стивен Хокинг. Квантовая космология	89
Глава 6. Роджер Пенроуз. Гвисторный взгляд на пространство-время	120
Глава 7. Стивен Хокинг и Роджер Пенроуз. Обсуждение	138
Литература	157

## Предисловие

---

Дискуссия между Роджером Пенроузом и Стивеном Хокингом, представленная в этой книге, явилась вершиной шестимесячной программы, проведенной в 1994 году в Институте математических наук имени Исаака Ньютона при Кембриджском университете. Дискуссия посвящена серьезному обсуждению некоторых наиболее фундаментальных идей, касающихся природы Вселенной. Излишне говорить, что мы пока еще далеки от конца пути. До сих пор существует множество неясных и спорных моментов и вопросов для обсуждения.

Около 60 лет назад произошел знаменитый продолжительный спор между Нильсом Бором и Альбертом Эйнштейном по основам квантовой механики. Эйнштейн отказался принять точку зрения, согласно которой квантовая механика является окончательной теорией. Считая ее философски неадекватной, он начал упорную борьбу против ортодоксальной интерпретации копенгагенской школы, которой придерживался Бор.

В определенном смысле дискуссия между Пенроузом и Хокингом является продолжением этого давнего спора, с той разницей, что роль Эйнштейна играет Пенроуз, а роль Бора — Хокинг. Обсуждаемые вопросы стали сложнее и разнообразнее, но, как и раньше, они представляют комбинацию технических рассуждений и философских точек зрения.

Квантовая теория или ее более утонченная версия — квантовая теория поля в настоящий момент является наиболее продвинутой и технически очень успешной, несмотря на то, что существуют такие философски настроенные скептики, как Роджер Пенроуз. Общая теория относительности, т. е. эйнштейновская теория гравитации, также выдержала проверку временем и может претендовать на замечательный успех, хотя

в ней до сих пор существуют серьезные проблемы, касающиеся роли сингулярностей и черных дыр.

В дискуссии Хокинга и Пенроуза доминирует обсуждение вопроса о том, как построить теорию «квантовой гравитации», комбинируя эти две успешные теории. «Квантовая гравитация» имеет глубокие концептуальные и технические проблемы, которые обеспечивают необходимый простор для аргументов, приводимых в этих лекциях.

Обсуждаемые фундаментальные вопросы включают в себя «стрелу времени», начальные условия при рождении Вселенной и механизм поглощения информации черными дырами. По всем этим, а так же многим другим вопросам позиции Хокинга и Пенроуза несколько различаются. Их доводы как математически, так и физически корректны, а форма обсуждения позволяет разумным образом обмениваться критическими замечаниями.

Хотя некоторые из обсуждаемых вопросов требуют понимания математики и физики на технически продвинутом уровне, большая часть рассуждений проводится на более высоком (или более глубоком) уровне, представляющем интерес для широкой аудитории. По крайней мере, читатель получит представление о масштабности и тонкости идей, обсуждаемых в книге, а также о громадном вызове, который стоит перед современной наукой в достижении согласованной картины Вселенной, полностью учитывающей как законы гравитации, так и квантовую теорию.

*Майкл Атья.*

## Благодарности

---

*Авторы, издатель, Институт по математическим наукам имени Исаака Ньютона выражают глубокую признательность тем людям, которые помогли подготовке серии лекций и книги: Мэтьюзу Р. Габердилу, Саймону Джиллу, Джонатану В. Роджерсу, Дэниэлу Р. Д. Скотту, Полу А. Шаку.*

## ГЛАВА 1

# Классическая теория

*Стивен Хокинг*

В этих лекциях Роджер Пенроуз и я хотели изложить наши связанные друг с другом и в то же время различные точки зрения на природу пространства и времени. Каждый из нас по очереди прочтет по три лекции, после чего последует обсуждение наших различных подходов. Я должен подчеркнуть, что это будут достаточно технические лекции. Так, мы подразумеваем, что читателю известны основные понятия общей теории относительности и квантовой теории.

Существует короткая статья Ричарда Фейнмана, излагающая его понимание ситуации на конференции по общей теории относительности. По-моему, это была Варшавская конференция 1962 года. В ней были высказаны нелюбезные замечания по поводу общей компетентности участников конференции и уместности того, чем они занимаются. В том, что общая теория относительности вскоре приобретет гораздо лучшую репутацию и вызовет больший интерес, мы во многом обязаны работам Роджера Пенроуза.

До этих работ общая теория относительности формулировалась в виде беспорядочного набора уравнений в частных производных в единственной координатной системе. Люди настолько радовались, когда находили решение этих уравнений, что не заботились о том, что эти решения, возможно, не имеют физического смысла. Однако Роджер внес в эту область такие современные концепции, как спиноры и глобальные методы качественного анализа. Он первый показал, как можно изучать общие свойства уравнений теории относительности без точного их решения. Именно ему принадлежит первая теорема

о сингулярностях, которая привела меня к изучению причинной структуры и инспирировала мою классическую работу по сингулярностям и черным дырам.

Я думаю, Роджер и я в значительной мере согласны друг с другом, когда речь идет о явлениях в классической области. Однако мы отличаемся в наших подходах к квантовой гравитации и, на самом деле, к самой квантовой теории. Хотя физики, занимающиеся частицами, считают меня опасным радикалом за предложение о возможной потере квантовой когерентности, я определенно консерватор по сравнению с Роджером. Я принимаю позитивистскую точку зрения, что физическая теория есть просто математическая модель, и что бессмысленно спрашивать, соответствует ли ей какая-либо реальность. Вместо этого мы можем лишь спросить, находятся ли ее предсказания в согласии с соответствующими наблюдениями. Мне кажется, что Роджер в сердце платонист, но ответ на этот вопрос он должен дать самому себе.

Хотя и предлагались гипотезы о том, что пространство-время может иметь дискретную структуру, я не вижу причин отвергать непрерывные теории, которые оказались столь успешными. Общая теория относительности является прекрасной теорией, которая согласуется со всеми выполненными наблюдениями. Возможно она потребует модификации на планковских масштабах, но я не думаю, что это повлияет на большинство предсказаний, которые могут быть получены. Вполне возможно также, что общая теория относительности является лишь низкоэнергетическим приближением для некоторой более фундаментальной теории, подобной теории струн, которую, как мне кажется, сильно переоценили. Во-первых, до конца не ясно, почему общая теория относительности при комбинировании с другими полями в рамках теории супергравитации не может привести к разумной квантовой теории. Слухи о смерти супергравитации сильно преувеличены. То каждый верит, что супергравитация является окончательной теорией. Но уже на следующий год мода меняется, и каждый говорит, что супергравитация обречена на существование в ней расходимостей, хотя при этом никто их не обнаружил. Вторая причина, по которой я не хочу обсуждать теорию струн, состоит

в том, что в ней не сделано проверяемых предсказаний. В противоположность этому, непосредственное применение квантовой теории к общей теории относительности, которую я буду обсуждать, уже имеет два проверяемых предсказания. Одно из них — развитие малых возмущений при инфляции — кажется, подтверждается недавними наблюдениями флуктуаций в микроволновом фоне. Другое предсказание о том, что черные дыры должны испускать равновесное тепловое излучение, в принципе проверяемо. Все, что необходимо — это найти первичную черную дыру. К сожалению, похоже, что в нашей рукаве Галактики их не так уж много. Если бы они были, мы бы сейчас уже знали, как квантовать гравитацию.

Ни одно из этих предсказаний не изменится, даже если окончательной теорией природы является теория струн. К сожалению, теория струн, по крайней мере на нынешнем уровне ее развития, не способна делать такие предсказания, не апеллируя к общей теории относительности как низкоэнергетической эффективной теории. Я подозреваю, однако, что это всегда будет так, и что не существует каких-либо наблюдаемых предсказаний в теории струн, которые не могут быть получены с помощью общей теории относительности или супергравитации. Если это так, то возникает вопрос, является ли теория струн действительно научной теорией. Является ли математическая красота и полнота достаточными критериями при отсутствии четко проверяемых наблюдаемых предсказаний? При этом следует учитывать, что в настоящий момент теория струн не является ни красивой, ни полной.

По этим причинам я буду говорить в этих лекциях только об общей теории относительности. Я сосредоточу внимание на двух областях, в которых гравитация, по-видимому, обладает свойствами, полностью отличающимися от других полевых теорий. Первой является идея о том, что благодаря гравитации пространство-время должно иметь начало, а возможно и конец. Второе — это открытие того, что, по-видимому, существует внутренняя гравитационная энтропия, не являющаяся результатом крупнозернистой структуры. Некоторые утверждают, что эти предсказания являются только артефактами полуклассического приближения. Они говорят, что струнная тео-

рия, истинная квантовая теория гравитации, размажет сингулярности и приведет к корреляциям в излучении черных дыр, так что оно только приближенно является тепловым, в крупнозернистом приближении. Если это так, то это будет довольно скучно. Гравитация будет тогда подобна любому другому полю. Но я убежден, что она существенно отлична от них, потому что гравитация формирует арену, на которой сама действует, в противоположность другим полям, которые действуют в заданном пространстве-времени. Именно это дает возможность времени иметь свое начало. Это также приводит к существованию ненаблюдаемых областей Вселенной, что в свою очередь приводит к понятию гравитационной энтропии как меры того, что мы можем не знать.

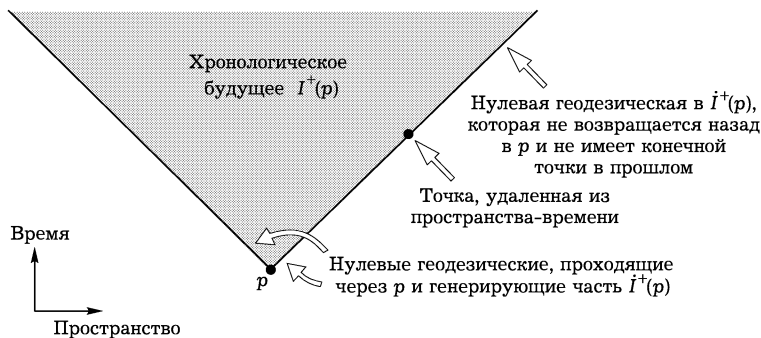


Рис. 1.1. Хронологическое будущее для точки  $p$

В этой лекции я дам обзор работ в классической общей теории относительности, которые привели к этим идеям. В моих второй и третьей лекциях (главы 3 и 5) я покажу, как эти идеи изменяются и расширяются при переходе к квантовой теории. Моя вторая лекция будет посвящена черным дырам, а третья — квантовой космологии.

Решающая для исследования сингулярностей и черных дыр техника, которая была введена Роджером, и которую я помогал развивать, состоит в изучении глобальной причинной структуры пространства-времени. Определим  $I^+(p)$  как множество всех точек пространства-времени  $M$ , которые мо-



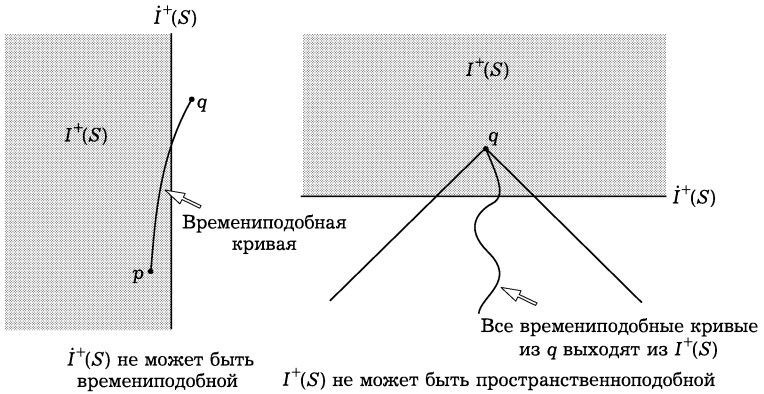


Рис. 1.2. Границы хронологического будущего не могут быть времениподобными или пространственноподобными

гут быть достигнуты из точки  $p$  времениподобными кривыми, направленными в будущее (рис. 1.1). Можно считать, что  $I^+(p)$  — это множество всех событий, на которые может влиять то, что происходит в точке  $p$ . Точно такое же определение можно ввести, заменив плюс на минус и будущее на прошлое. Я буду считать такие определения самоочевидными.

Можно рассмотреть границу  $I^+(S)$  будущего для множества  $S$ . Нетрудно видеть, что эта граница не может быть времениподобной. Действительно, в этом случае точка  $q$ , находящаяся вне границы, была бы в будущем точки  $p$ , находящейся внутри границы. Граница будущего не может быть также пространственноподобной, исключая множество  $S$  само по себе. В этом случае каждая кривая из точки  $q$ , лежащая в будущем для границы и направленная в прошлое, будет пересекать границу и покидать будущее для  $S$ . Это противоречит тому факту, что  $q$  находится в будущем для  $S$  (см. рис. 1.2).

Следовательно, можно заключить, что граница будущего является нулевой, в отличие от самого множества  $S$ . Более точно, если  $q$  принадлежит границе будущего, но не замыканию  $S$ , существует нулевой геодезический сегмент, направленный в прошлое и лежащий вместе с  $q$  на границе (рис. 1.3). Может существовать и более чем один нулевой геодезический

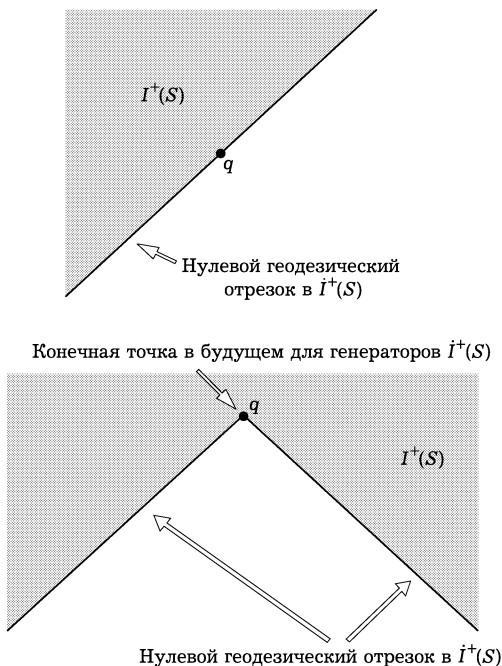


Рис. 1.3. *Вверху*: точка  $q$  лежит на границе будущего, так что существует нулевой геодезический сегмент на границе, который проходит через  $q$ . *Внизу*: если существует больше, чем один такой сегмент, точка  $q$  будет для них конечной точкой в будущем

кий сегмент, включающий  $q$  и лежащий на границе, но в этом случае  $q$  должна быть конечной точкой сегментов в будущем. Иными словами, граница будущего для  $S$  порождается нулевыми геодезическими, которые имеют на границе конечную точку в будущем и проходят во внутреннюю область будущего, если они пересекают другую нулевую геодезическую. С другой стороны, нулевые геодезические генераторы могут иметь конечные точки в прошлом только на  $S$ . Однако возможно рассматривать пространство-время, в котором существуют генераторы границы будущего множества  $S$ , которые никогда не пересекают  $S$ . Такие генераторы могут не иметь конечных точек в прошлом.

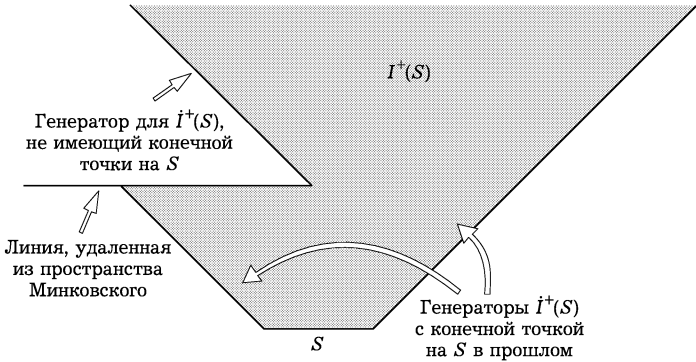


Рис. 1.4. При удалении линии из пространства Минковского, граница будущего для множества  $S$  будет иметь генератор, у которого нет конечных точек в прошлом

Простым примером является пространство Минковского с удаленным куском горизонтальной линии (рис. 1.4). Если множество  $S$  лежит в прошлом для горизонтальной линии, линия будет отбрасывать тень, в которой будут находиться точки, являющиеся будущими по отношению к этой линии и отсутствующие в будущем для  $S$ . Там должны быть генераторы границы будущего  $S$ , которые возвращаются к концу горизонтальной линии. Однако, поскольку конечная точка горизонтальной линии удалена из пространства-времени, генератор границы не может иметь конечных точек в прошлом. Такое пространство-время является неполным, однако это может быть исправлено умножением метрики на подходящий конформный множитель вблизи конца горизонтальной линии. Хотя такие пространства выглядят очень искусственно, они важны для демонстрации того, насколько следует быть аккуратным при изучении причинной структуры. Фактически, Роджер Пенроуз, который был одним из моих оппонентов при защите диссертации, указал, что пространство, которое я здесь описал, является контрпримером к сделанным в моей диссертации утверждениям.

Чтобы показать, что каждый генератор границы будущего имеет в своем множестве конечную точку в прошлом, следу-

ет потребовать выполнения некоторого глобального условия на причинную структуру. Наиболее сильное и физически наиболее важное условие состоит в требовании глобальной гиперболичности. Говорят, что открытое множество  $U$  является глобально гиперболическим, если:

1. для любой пары точек  $p$  и  $q$  в  $U$  пересечение будущего для  $p$  и прошлого для  $q$  имеет компактное замыкание. Другими словами, оно ограничено ромбовидной областью (рис. 1.5);

2. на  $U$  строго выполняется причинность. Это означает, что не существует замкнутых или почти замкнутых времениподобных кривых, содержащихся в  $U$ .

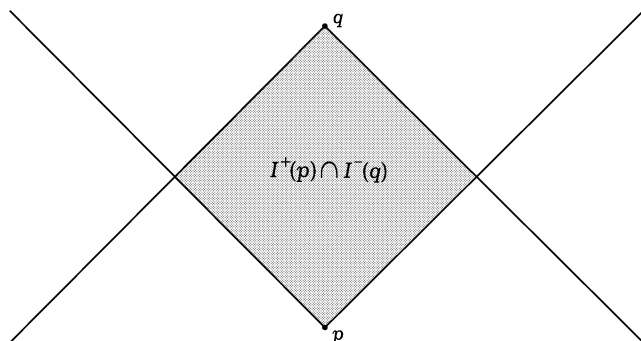
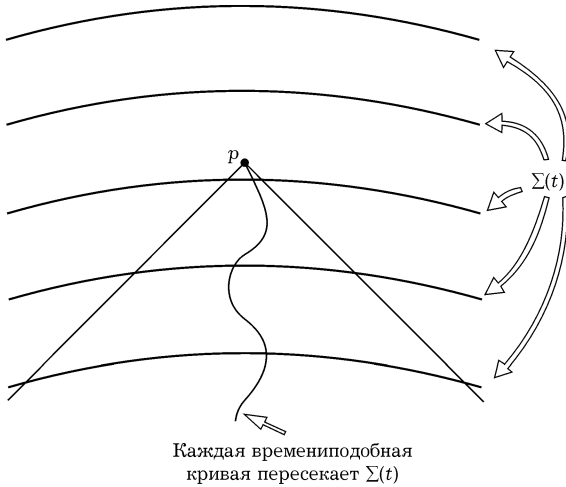


Рис. 1.5. Пересечение прошлого для  $q$  и будущего для  $p$  имеет компактное замыкание

Физическое значение глобальной гиперболичности следует из того факта, что она приводит к существованию семейства поверхностей Коши  $\Sigma(t)$  для  $U$  (рис. 1.6). Поверхность Коши для  $U$  является пространственноподобной или нулевой поверхностью, которая пересекает каждую времениподобную кривую в  $U$  один и только один раз. Можно предсказать, что произойдет в  $U$ , исходя из данных на поверхности Коши, а также сформулировать квантовую теорию поля с хорошим поведением на глобально гиперболическом фоне. Менее ясно, можно ли сформулировать разумную квантовую теорию поля на неглобальном гиперболическом фоне. Таким образом, глобальная

Рис. 1.6. Семейство поверхностей Коши для  $U$ 

гиперболичность может быть физически необходимой. Однако моя точка зрения состоит в том, что ее не надо предполагать, потому что глобальная гиперболичность может исключить что-то такое, о чем пытается нам сказать гравитация. Скорее, мы должны вывести, что определенные области пространства-времени являются глобально гиперболическими, исходя из каких-то других физически приемлемых предположений.

Важность глобальной гиперболичности для теорем об сингулярностях видна из последующего. Пусть  $U$  глобально гиперболично, и пусть  $p$  и  $q$  — точки  $U$ , которые могут быть соединены времениподобной или нулевой кривой. Тогда существует времениподобная или нулевая геодезическая между  $p$  и  $q$ , которая максимизирует длину времениподобных или нулевых кривых из  $p$  в  $q$  (рис. 1.7). Метод доказательства состоит в том, чтобы показать, что пространство всех времениподобных или нулевых кривых из  $p$  в  $q$  является компактным в определенной топологии. После этого можно показать, что длина кривой является верхней полунепрерывной функцией на этом пространстве. Следовательно, она должна достигать своего максимума,

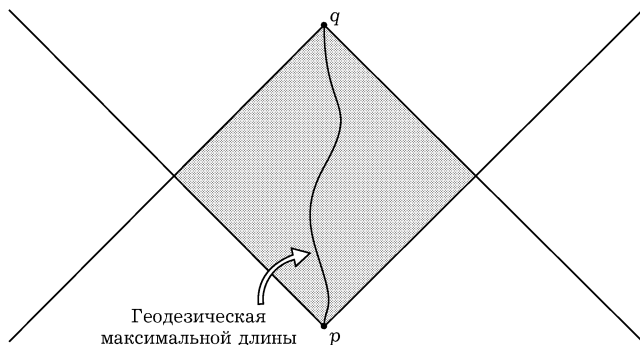


Рис. 1.7. В глобально гиперболическом пространстве существует геодезическая максимальной длины, соединяющая любую пару точек, которые могут быть соединены времениподобной или нулевой кривой

а кривая максимальной длины будет являться геодезической, поскольку в противоположном случае малое изменение будет приводить к более длинной кривой.

После этого можно рассмотреть вторую вариацию длины геодезической  $\gamma$ . Можно показать, что  $\gamma$  можно заменить на более длинную кривую, если существует бесконечно близкая геодезическая, идущая из  $p$ , которая снова пересекает  $\gamma$  в точке  $r$  между  $p$  и  $q$ . Говорят, что точка  $r$  является сопряженной к  $p$  (рис. 1.8). Это можно продемонстрировать, рассматривая две точки  $p$  и  $q$  на поверхности Земли. Без потери общности можно взять точку  $p$  на северном полюсе.

Поскольку Земля имеет не лоренцевскую, а положительно определенную метрику, на ней существуют геодезические не максимальной, а минимальной длины. Минимальная геодезическая является линией долготы, проходящей через северный полюс к точке  $q$ . Но существует и другая геодезическая, из  $p$  в  $q$ , которая идет от северного полюса по другой стороне, проходит через южный полюс и попадает в  $q$ . Эта геодезическая содержит точку, сопряженную  $p$  на южном полюсе, где пересекаются все геодезические из  $p$ . Обе геодезические являются экстремумами длины при малых вращениях. Но теперь, при положительно определенной метрике, вторая вариация геодезической

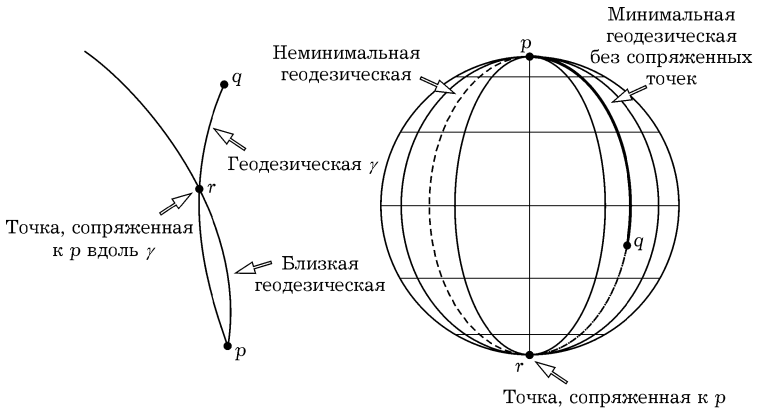


Рис. 1.8. Слева: если на геодезической существует сопряженная точка  $r$  между  $p$  и  $q$ , она не является геодезической минимальной длины. Справа: неминимальная геодезическая из  $p$  в  $q$  имеет сопряженную точку на южном полюсе

зической, содержащей сопряженную точку, может привести к более короткой кривой из  $p$  в  $q$ . Так, в примере с Землей можно получить, что геодезическая, которая идет вниз через южный полюс, а затем идет вверх, не является кратчайшей кривой из  $p$  в  $q$ . Этот пример довольно очевиден. Однако в случае пространства-времени можно показать, что при определенных предположениях должна существовать глобально гиперболическая область, в которой на каждой геодезической между двумя заданными точками существуют сопряженные точки. Это приводит к противоречию, показывающему, что предположение о полноте геодезических, которое было использовано как определение сингулярного пространства-времени, является ошибочным.

Причина возникновения сопряженных точек в пространстве-времени состоит в том, что гравитация является притягивающей силой. Следовательно, пространство-время искривляется таким образом, что соседние геодезические не удаляются друг от друга, а сближаются. Это можно увидеть из уравнений Раучадхури или Ньюмена–Пенроуза, которые я приведу в единой форме:

**Уравнение Раучадхури–Ньюмена–Пенроуза**

$$\frac{d\rho}{dv} = \rho^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij} + \frac{1}{n}R_{ab}l^al^b,$$

где  $n = 2$  для нулевых геодезических,  
 $n = 3$  для времениподобных геодезических.

Здесь  $v$  является аффинным параметром вдоль конгруэнций геодезических с касательным вектором  $l^a$ , который ортогонален к гиперповерхности. Величина  $\rho$  является средней скоростью сближения геодезических, в то время как  $\sigma$  измеряет напряжение. Слагаемое  $R_{ab}l^al^b$  определяет непосредственное гравитационное воздействие материи на сходимость геодезических.

**Уравнение Эйнштейна**

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = 8\pi T_{ab}.$$

**Слабое энергетическое условие**

$$T_{ab}v^av^b \geq 0$$

для любого времениподобного вектора  $v^a$ .

Из уравнений Эйнштейна следует, что последнее слагаемое будет неотрицательным для любого нулевого вектора  $l^a$ , если материя удовлетворяет так называемому слабому энергетическому условию. Оно утверждает, что плотность энергии  $T_{00}$  является неотрицательной в любом базисе. Слабому энергетическому условию удовлетворяет классический тензор энергии-импульса любого разумного вида материи, такого как скалярное или электромагнитное поле или жидкость с приемлемым уравнением состояния. Однако это условие может локально не выполняться для квантово-механического среднего



значения тензора энергии-импульса. Это будет существенно в моих второй и третьей лекциях (главы 3, 5).

Предположим, что слабое энергетическое условие справедливо, и что нулевые геодезические из точки  $p$  начинают снова сходиться, причем  $\rho$  имеет положительное значение  $\rho_0$ . Тогда из уравнений Ньюмена – Пенроуза следует, что сближение  $\rho$  может стать бесконечным в точке  $q$  внутри промежутка аффинного параметра размером  $\frac{1}{\rho_0}$ , если нулевая геодезическая может быть так далеко продолжена.

$$\text{Если } \rho = \rho_0 \text{ при } v = v_0, \text{ тогда } \rho \geq \frac{1}{\rho^{-1} + v_0 - v}.$$

Следовательно, существует сопряженная точка перед  $v = v_0 + \rho^{-1}$ .

Бесконечно близкие нулевые геодезические из  $p$  будут пересекаться в  $q$ . Это означает, что точка  $q$  будет сопряжена с  $p$  вдоль соединяющей их нулевой геодезической  $\gamma$ . Для точек на  $\gamma$  кроме точки  $q$  будет существовать такая вариация  $\gamma$ , которая дает времениподобную кривую из  $p$ . Такая геодезическая  $\gamma$  не может лежать на границе будущего точки  $p$  за сопряженной точкой  $q$ . Таким образом,  $\gamma$  будет иметь конечную точку в будущем как генератор границы будущего точки  $p$  (см. рис. 1.9).

### Сильное энергетическое условие

$$T_{ab}v^av^b \geq \frac{1}{2}v^av_aT.$$

Ситуация с времениподобными геодезическими аналогична, за исключением того, что сильное энергетическое условие, необходимое для того, чтобы величина  $R_{ab}l^al^b$  была неотрицательной для любого времениподобного вектора  $l^a$ , как следует из самого названия, является более сильным. Оно остается, однако, физически приемлемым в классической теории, по крайней мере в смысле средних значений. Если выполняется

сильное энергетическое условие, и времениподобные геодезические, выходящие из  $p$ , снова начинают сближаться, будет существовать точка  $q$ , сопряженная точке  $p$ .

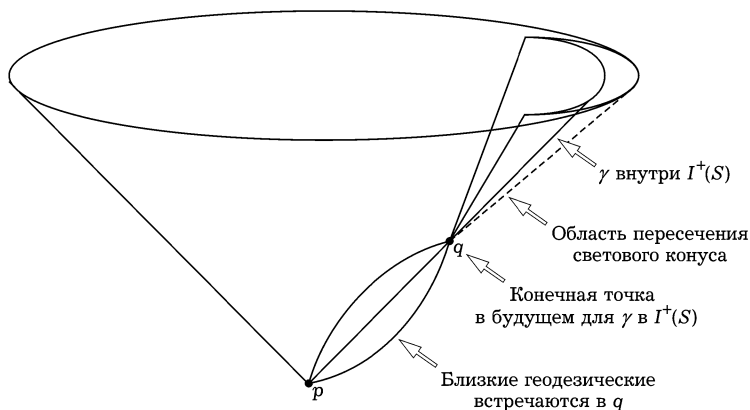


Рис. 1.9. Точка  $q$  является сопряженной к  $p$  вдоль нулевых геодезических, так что нулевая геодезическая  $\gamma$ , которая соединяет  $p$  с  $q$ , будет покидать границу будущего точки  $p$  в точке  $q$ .

### Общее энергетическое условие:

1. Выполняется сильное энергетическое условие.
2. Каждая времениподобная или нулевая геодезическая содержит точку, где

$$l_{[a}R_{b]cd[e}l_{f]}l^cl^d \neq 0.$$

Наконец, существует общее энергетическое условие. Оно утверждает, во-первых, что справедливо сильное энергетическое условие. Во-вторых, каждая времениподобная или нулевая геодезическая включает точку, где отлична от нуля кривизна, специально связанная со свойствами геодезической. Общее энергетическое условие не удовлетворяется для некоторых

точных решений. Но эти примеры являются довольно специальными. Можно ожидать, что оно выполняется для решений, которые являются «общими» в подходящем смысле. Если общее энергетическое условие выполняется, то каждая геодезическая будет включать область гравитационного фокусирования. Отсюда вытекает, что если геодезические можно продолжить достаточно далеко в каждом направлении, то должны существовать пары сопряженных точек.

Естественно представлять себе пространственно-временную сингулярность как область, в которой кривизна становится неограниченно большой. Однако, принимая это как определение, мы сталкиваемся с проблемой, так как можно просто вырезать сингулярные точки и сказать, что остающееся многообразие и было всем пространством-временем. Поэтому лучше определить пространство-время как максимальное многообразие, на котором метрика является достаточно гладкой. Тогда можно заметить появление сингулярностей по существованию неполных геодезических, которые не могут быть продолжены на бесконечные значения аффинного параметра.

### **Определение сингулярностей**

Пространство-время является сингулярным, если оно содержит неполные времениподобные или нулевые геодезические, но при этом не может быть вложено в большее пространство-время.

Это определение отражает наиболее объективируемые свойства сингулярностей, а именно то, что возможны частицы, история которых имеет начало и конец в конечные моменты времени. Существуют примеры, показывающие, что может возникать неполнота геодезических при остающейся ограниченной кривизне, однако считается, что в общем случае кривизна вдоль неполной геодезической будет расходиться. Это особенно важно, если пытаться с помощью квантовых эффектов решать проблемы, появляющиеся в связи с сингулярностями в классической общей теории относительности.

Между 1965 и 1970 годами Пенроуз и я использовали описанную мной технику для доказательства ряда теорем о сингулярностях. Формулировка этих теорем включает три типа условий. Во-первых, это энергетическое условие типа слабого, сильного или общего. Во-вторых, это некоторое глобальное условие на причинную структуру, например, требование отсутствия каких-либо замкнутых времениподобных кривых. Наконец, последнее условие, что в некоторых областях гравитация так сильна, что оттуда ничего не выходит наружу.

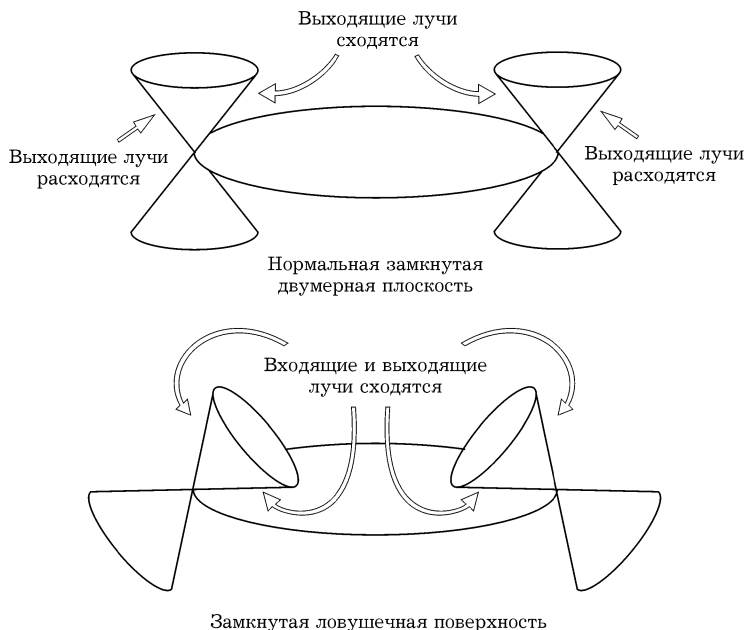


Рис. 1.10. На нормальной замкнутой поверхности выходящие с поверхности нулевые лучи расходятся, в то время как входящие лучи сходятся. На замкнутой ловушечной поверхности сближаются как входящие, так и выходящие нулевые лучи

Это третье условие можно выразить различными способами. Один способ состоит в том, чтобы предположить, что пространственное поперечное сечение Вселенной является за-

мкнутым, так что не существует внешней области, куда можно было бы убежать. Другой состоит в утверждении, что существует так называемая замкнутая ловушечная поверхность. Это такая двумерная замкнутая поверхность, что как входящие, так и выходящие ортогональные ей нулевые геодезические будут сближаться (рис. 1.10). Обычно, если имеется сферическая двумерная поверхность в пространстве Минковского, то входящие нулевые геодезические сближаются, а выходящие — расходятся. Однако при коллапсе звезды гравитационное поле так велико, что световые конусы наклонены внутрь. Это означает, что даже выходящие нулевые геодезические сближаются друг с другом.

Ряд теорем о сингулярностях показывает, что при выполнении различных комбинаций трех типов условий пространство-время может быть неполным относительно времениподобных или нулевых геодезических. Можно ослабить одно условие, если предполагать более сильную версию двух других.

### **Теоремы о сингулярностях:**

1. Энергетическое условие.
2. Условие на глобальную структуру.
3. Гравитация достаточно сильна для того, чтобы замкнуть определенную область.

Я проиллюстрирую это, описав теорему Хокинга–Пенроуза. Она включает общее энергетическое условие, сильнейшее из трех возможных. Глобальное условие довольно слабое и сводится к отсутствию замкнутых времениподобных геодезических. Условие невылетания берется в наиболее общем виде как существование либо ловушечной поверхности, либо замкнутой пространственноподобной трехмерной поверхности.

Для простоты я лишь набросаю доказательство для случая замкнутой пространственноподобной трехмерной поверхности  $S$ . Можно определить эволюцию Коши в  $D^+(S)$  в направлении будущего как область точек  $q$ , для которых каждая направленная в прошлое времениподобная геодезическая пересекает  $S$  (рис. 1.11). Тогда эволюция Коши является областью пространства-времени, которая может быть предсказана

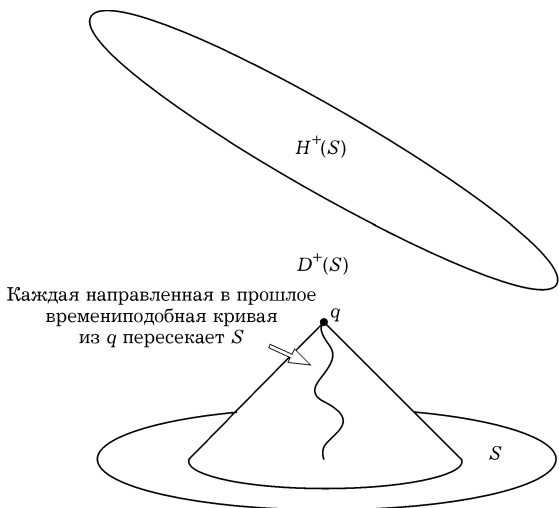


Рис. 1.11. Эволюция Коши  $D^+(S)$  в будущее для множества  $S$  и ее граница в будущем — горизонт Коши  $H^+(S)$

из данных на  $S$ . Теперь предположим, что эволюция Коши в будущее является компактной. Отсюда вытекает, что эволюция Коши будет иметь в будущем границу  $H^+(S)$ , называемую *горизонтом Коши*. С помощью рассуждений, аналогичных тем, что были использованы для границы будущего точки, можно установить, что горизонт Коши будет порождаться отрезками нулевых геодезических без конечных точек в прошлом. Однако, поскольку эволюция Коши предполагается компактной, горизонт Коши должен быть также компактным. Это означает, что генераторы нулевых геодезических будут навиваться внутри компактного множества.

Они будут достигать предельной нулевой геодезической  $\lambda$ , которая не имеет на горизонте конечных точек в прошлом или будущем (рис. 1.12). Но если  $\lambda$  была бы геодезически полной, общее энергетическое условие приводило бы к тому, что она должна содержать сопряженные точки  $p$  и  $q$ . Точки на геодезической  $\lambda$  вне точек  $p$  и  $q$  могли бы соединяться времениподобной кривой. Но это привело бы к противоречию, поскольку на горизонте Коши не может быть двух точек, разделенных

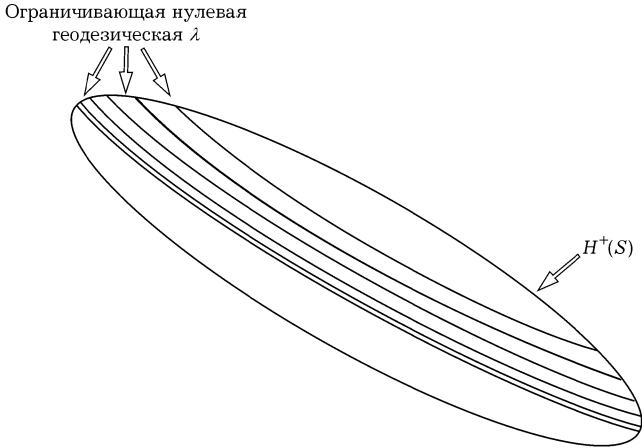


Рис. 1.12. На горизонте Коши существует предельная нулевая геодезическая  $\lambda$ , не имеющая конечных точек в прошлом или будущем на горизонте Коши

временеподобным интервалом. Следовательно, либо  $\lambda$  не является геодезически полной и теорема доказана, либо эволюция Коши в будущее  $S$  — некомпактное множество.

В последнем случае можно показать, что существует направленная в будущее времениподобная кривая  $\gamma$  из  $S$ , которая никогда не покидает эволюцию Коши для  $S$  в будущее. Аналогичные рассуждения показывают, что  $\gamma$  может быть продолжена в прошлое до кривой, которая никогда не покидает эволюцию Коши  $D^-(S)$  в прошлое (рис. 1.13). Рассмотрим последовательность точек  $x_n$  на  $\gamma$ , направленную в будущее, и аналогичную последовательность  $y_n$ , направленную в прошлое. Для каждого значения  $n$  точки  $x_n$  и  $y_n$  разделены времениподобным интервалом и находятся в глобально гиперболической эволюции Коши множества  $S$ . Тогда должна существовать времениподобная геодезическая максимальной длины  $\lambda_n$  из  $x_n$  к  $y_n$ . Все  $\lambda_n$  будут пересекать компактную пространственноподобную поверхность  $S$ . Это означает, что в эволюции Коши будет существовать времениподобная геодезическая  $\lambda$ , которая является пределом времениподобных геодезических  $\lambda_n$  (рис. 1.14). Либо  $\lambda$  должна быть неполной, и в этом случае

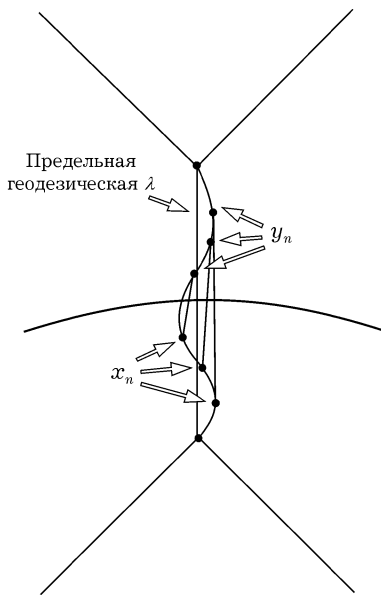
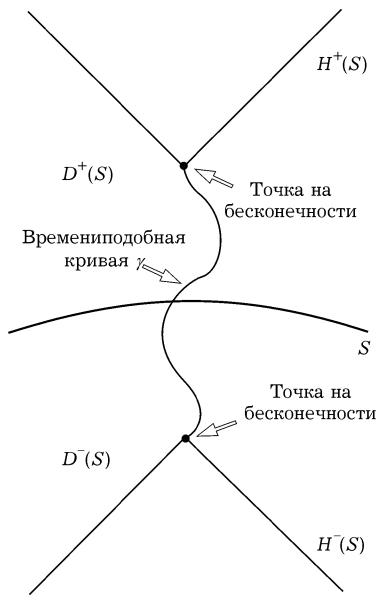


Рис. 1.13. Если эволюция Коши в будущее (прошлое) некомпактна, то существует направленная в будущее (прошлое) времениподобная кривая из  $S$ , которая никогда не покидает эволюцию Коши в будущее (прошлое)

Рис. 1.14. Геодезическая  $\lambda$ , которая является пределом  $\gamma_n$ , будет неполной, потому что в противоположном случае она должна содержать сопряженные точки

теорема доказана, либо она должна содержать сопряженные точки, в силу общего энергетического условия. Но в этом случае  $\lambda_n$  будут содержать сопряженные точки при достаточно больших  $n$ . Это находится в противоречии с тем, что  $\lambda_n$  предполагались кривыми максимальной длины. Отсюда можно заключить, что пространство является неполным по отношению к нулевым или времениподобным геодезическим. Другими словами, должна существовать сингулярность.

Теоремы предсказывают наличие сингулярностей в двух ситуациях. Одна из них возникает в будущем при гравитационном коллапсе звезд и других массивных тел. Такие сингулярности должны возникать в конечный момент времени,



по крайней мере для частиц, движущихся по неполным геодезическим. Другая ситуация, при которой предсказывается существование сингулярностей, относится к прошлому, к началу теперешнего расширения Вселенной. Это привело к отказу от попыток (делавшихся в основном русскими учеными) утверждать, что была предыдущая фаза сжатия, которая несингулярным образом сменилась расширением. Почти все специалисты сейчас убеждены, что Вселенная и само время появились в момент Большого взрыва. Это открытие является значительно более важным, чем открытие нескольких нестабильных частиц, однако не настолько важным, чтобы быть столь же щедро отмеченным Нобелевскими премиями.

Предсказание сингулярностей означает, что классическая общая теория относительности не является полной теорией. Поскольку сингулярные точки должны быть вырезаны из пространственно-временного многообразия, в них нельзя определить уравнение поля и тем самым предсказать, что произойдет с сингулярностями. Для сингулярности в прошлом, кажется, есть только один способ справиться с этой проблемой — это обратиться к квантовой гравитации. Я вернусь к этому в своей третьей лекции (глава 5). Но сингулярности, которые предсказываются в будущем, похоже, обладают одним свойством, которое Пенроуз назвал *космической цензурой*. Это означает, что сингулярности проявляются в таких местах, которые, подобно черным дырам, скрыты от внешних наблюдателей. Поэтому любые нарушения предсказуемости, которые могут проявляться в этих сингулярностях, не влияют на то, что происходит во внешнем мире, по крайней мере, в соответствии с классической теорией.

### **Космическая цензура.**

Природа питает отвращение к голой сингулярности.

Однако, как я покажу в следующей лекции, в квантовой теории существует некоторая непредсказуемость. Это связано с тем, что гравитационное поле имеет внутреннюю энтропию, что является не только следствием крупнозернистой структу-

ры. Гравитационная энтропия, а также тот факт, что время имеет начало и может иметь конец, являются темами моих следующих лекций, потому что это есть как раз то, что существенно отличает гравитацию от других физических полей.

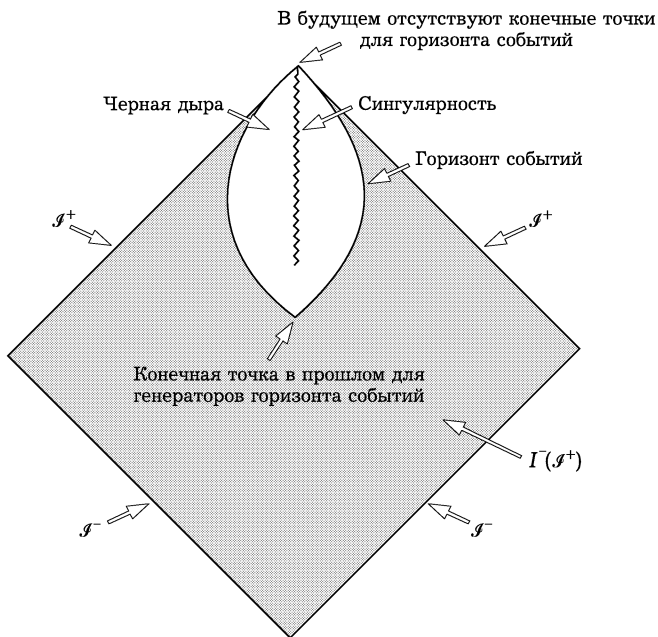


Рис. 1.15. Коллапсирующая звезда, конформно вложенная в многообразии с границей

То, что гравитация имеет характеристику, которая ведет себя подобно энтропии, сначала был отмечен в чисто классической теории. Это зависит от предложенного Пенроузом *принципа космической цензуры*. Сам принцип не доказан, но считается, что он справедлив при достаточно общих начальных данных и уравнениях состояния. Я буду использовать слабую форму космической цензуры. Сделаем приближение, считая, что область в окрестности коллапсирующей звезды является асимптотически плоской. Тогда, как показал Пенроуз, можно конформно вложить пространственно-временное многооб-

разие  $M$  в многообразии с границей  $\overline{M}$  (рис. 1.15). Граница  $\partial M$  будет нулевой поверхностью и будет состоять из двух компонент, нулевой бесконечности в будущем и в прошлом, называемых  $\mathcal{I}^+$  и  $\mathcal{I}^-$ . Я буду говорить, что слабая космическая цензура выполнена, если удовлетворяются два условия. Во-первых, предполагается, что нулевые геодезические генераторы в  $\mathcal{I}^+$  являются полными в определенной конформной метрике. Это приводит к тому, что наблюдатели, далекие от коллапса, живут до старости и на них не влияет разрыв сингулярности, исходящей от коллапсирующей звезды. Во-вторых, предполагается, что прошлое для  $\mathcal{I}^+$  является глобально гиперболическим. Это означает, что не существует голой сингулярности, которую можно увидеть с большого расстояния. Пенроуз использовал более сильную форму космической цензуры, которая предполагает, что пространство-время в целом является глобально гиперболическим. Но слабая форма будет вполне достаточной для моих целей.

### **Слабая космическая цензура.**

1.  $\mathcal{I}^+$  и  $\mathcal{I}^-$  являются полными.
2.  $I^-(\mathcal{I}^+)$  глобально гиперболично.

Если слабая космическая цензура выполняется, то сингулярности, которые, как предсказано, появляются при гравитационном коллапсе, не могут быть видимыми из  $\mathcal{I}^+$ . Это означает, что должна существовать область пространства-времени, которая не находится в прошлом для  $\mathcal{I}^+$ . Эту область называют черной дырой, потому что ни свет, ни что-либо еще не может оторваться от нее и уйти на бесконечность. Границу черной дыры называют *горизонтом событий*. Поскольку она так же является границей прошлого для  $\mathcal{I}^+$ , горизонт событий может быть получен с помощью отрезков нулевых геодезических, которые могут иметь конечную точку в прошлом, но не могут иметь каких-либо конечных точек в будущем. Из этого следует, что если слабое энергетическое условие выполнено, то генераторы горизонта не могут сближаться, т.к. если бы

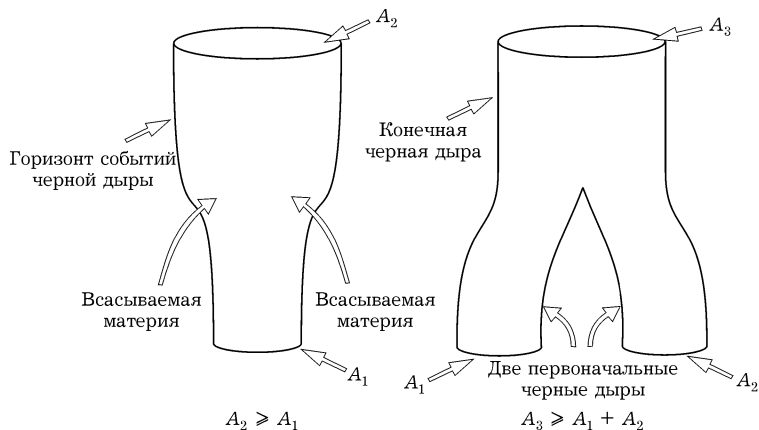


Рис. 1.16. Когда мы бросаем материю в черную дыру или разрешаем двум черным дырам сливаться, общая площадь горизонта событий никогда не убывает

это происходило, они пересекались бы друг с другом на конечных расстояниях. Отсюда следует, что площадь поперечного сечения горизонта событий не может уменьшаться с течением времени, а в общем случае только увеличивается. Более того, если две черные дыры сталкиваются и сливаются вместе, площадь поверхности конечной черной дыры будет больше, чем сумма площадей поверхностей первоначальных черных дыр (рис. 1.16). Это очень похоже на поведение энтропии в соответствии со вторым законом термодинамики. Энтропия тоже никогда не может уменьшаться, и энтропия полной системы больше, чем сумма энтропий составляющих ее частей.

### Второй закон механики черных дыр

$$\delta A \geq 0.$$

### Второй закон термодинамики

$$\delta S \geq 0.$$

**Первый закон механики черных дыр**

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Omega \delta \tau + \Phi \delta Q.$$

**Первый закон термодинамики**

$$\delta E = T \delta S + P \delta V.$$

Аналогия с термодинамикой становится еще сильнее благодаря *первому закону механики черных дыр*. Он связывает изменение массы черной дыры с изменением площади горизонта событий и изменениями момента импульса и электрического заряда. Можно сравнить этот закон с первым законом термодинамики, который связывает изменения во внутренней энергии с изменением энтропии и внешней работой, совершенной над системой. Нетрудно видеть, что если площадь горизонта событий аналогична энтропии, то величиной, аналогичной температуре, должно быть то, что называется поверхностной гравитацией  $\kappa$  черной дыры.

**Нулевой закон механики черных дыр**

Для стационарных черных дыр  $\kappa$  одинакова во всех точках горизонта событий.

**Нулевой закон термодинамики**

Для систем в тепловом равновесии  $T$  везде одинакова.

Эта величина является мерой напряженности гравитационного поля на горизонте событий. Аналогия с термодинамикой еще больше увеличивается при сравнении с *нулевым законом механики черных дыр*: поверхностная гравитация  $\kappa$  одинакова на горизонте событий стационарных черных дыр.

Вдохновленный этими аналогиями, Бекенштейн (1972) предположил, что энтропия черной дыры действительно описывается некоторой величиной, кратной площади горизонта

событий. Он предложил обобщенный второй закон термодинамики: сумма энтропии черной дыры и энтропии материи вне черной дыры не может уменьшаться.

### Обобщенный второй закон

$$\delta(S + cA) \geq 0.$$

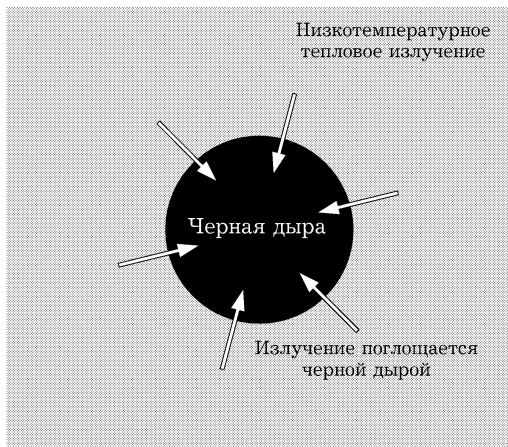


Рис. 1.17. Черная дыра в контакте с тепловым излучением будет поглощать часть излучения, но не может классически излучать его наружу

Однако это предположение не было самосогласовано. Если черные дыры имеют энтропию, пропорциональную площади горизонта, они также должны иметь ненулевую температуру, пропорциональную поверхностной гравитации. Рассмотрим черную дыру, которая находится в контакте с тепловым излучением при температуре ниже, чем температура черной дыры (рис. 1.17). Черная дыра будет поглощать некоторую часть излучения, но не будет способна выпускать ее из себя наружу, поскольку в соответствии с классической теорией ничто не может оторваться от черной дыры и выйти наружу. Следовательно, существует поток теплоты от теплового излучения с меньшей температурой к черной дыре с большой тем-

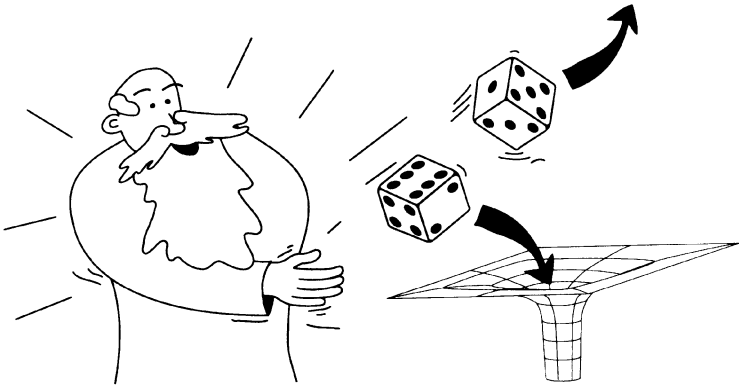


Рис. 1.18

пературой. Это нарушает обобщенный второй закон, потому что потеря энтропии теплового излучения будет больше, чем увеличение энтропии черной дыры. Однако, как мы увидим в моей следующей лекции, согласованность восстанавливается, если заметить, что черная дыра все-таки может испускать излучение, которое является в точности тепловым. Это слишком красивый результат, чтобы оказаться простым совпадением или каким-либо приближением. Таким образом, похоже, что черные дыры действительно имеют внутреннюю гравитационную энтропию. Как я покажу, это связано с нетривиальной топологией черной дыры. Внутренняя энтропия означает, что рассмотрение гравитации вводит новый уровень непредсказуемости сверх той, которую обычно связывают с квантовой теорией. Таким образом, Эйнштейн был неправ, заявляя, что «Бог не играет в кости». Изучение черных дыр показывает, что Бог не только играет в кости, но и иногда обманывает нас, бросая их туда, где мы не можем их видеть (рис. 1.18).

## ГЛАВА 2

# Структура пространственно-временных сингулярностей

*Р. Пенроуз*

В первой лекции Стивена Хокинга обсуждались теоремы о сингулярностях. Суть этих теорем в том, что при разумных (глобальных) физических условиях следует ожидать появления сингулярностей. Эти теоремы, конечно, ничего не говорят о природе этих сингулярностей или о том, где эти сингулярности могут быть обнаружены. С другой стороны, теоремы являются совершенно общими. Поэтому естественно спросить, какова же геометрическая природа пространственно-временных сингулярностей. Обычно предполагается, что сингулярность может быть охарактеризована расходимостью кривизны. Однако это не совсем то, что утверждают теоремы о сингулярностях сами по себе.

Сингулярности появляются в момент Большого взрыва, в черных дырах, и в момент Большого хлопка (который может восприниматься как объединение черных дыр). Они могут появляться и как голые сингулярности. В связи с этим предложен так называемый принцип *космической цензуры*, а именно, гипотеза, что голые сингулярности не возникают.

Чтобы объяснить идею космической цензуры, позвольте немного напомнить историю вопроса. Первым примером явного решения уравнений Эйнштейна, описывающего образование черной дыры, было решение Оппенгеймера и Снайдера (1939), описывающее коллапсирующее облако пыли. При этом существует сингулярность внутри, но она ненаблюдаема снаружи, поскольку окружена горизонтом событий. Этот горизонт представляет собой некоторую поверхность, такую, что сигналы



от событий, происходящих под ней, не могут уйти на бесконечность.

Заманчиво считать, что эта картина является достаточно общей, т. е. описывает произвольный гравитационный коллапс. Однако модель Оппенгеймера–Снайдера имеет специальную симметрию (а именно, сферическую симметрию), и не очевидно, что такой пример описывает и общий случай.

Поскольку уравнения Эйнштейна в общем случае трудно решить, вместо этого можно искать те глобальные свойства, которые требуют существования сингулярностей.

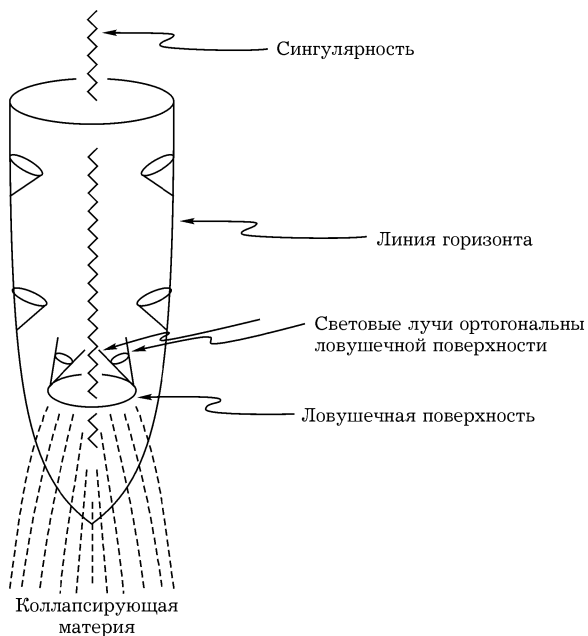


Рис. 2.1. Облако пыли, коллапсирующее по Оппенгеймеру – Снайдеру, иллюстрирующее ловушечную поверхность

Например, в модели ОС имеется ловушечная поверхность, которая является поверхностью, площадь которой уменьшается вдоль световых лучей, первоначально ортогональных к ней (рис. 2.1).

Можно попытаться доказать, что существование ловушечной поверхности требует существования сингулярности. (Это была первая теорема о сингулярности, которую я доказал на основе разумных предположений о причинности, не предполагая наличия сферической поверхности; см. Пенроуз 1965). Можно также вывести аналогичный результат, предполагая существование сходящегося светового конуса (Хокинг и Пенроуз 1970; этот конус появляется, когда все световые лучи, испущенные в различных направлениях из точки, начинают сходить друг к другу в какой-то последующий момент времени).

Вскоре Стивен Хокинг (1965) заметил, что в космологических масштабах можно обратить мои первоначальные аргументы, т. е. применить их к обращенной во времени ситуации. Обращение ловушечной поверхности тогда приводит к тому, что должна существовать сингулярность в прошлом (при соответствующих предположениях о причинности). При этом (обращенная во времени) ловушечная поверхность становится очень большой, соответствующей космологическим масштабам.

Рассмотрим, главным образом, ситуацию с черной дырой. Мы знаем, что где-то должна иметься сингулярность, но для того, чтобы получить черную дыру, мы должны показать, что ее окружает горизонт событий. Гипотеза космической цензуры утверждает именно это, т. е. то, что сингулярность нельзя увидеть снаружи. В частности, из этой гипотезы следует, что должна существовать некоторая область, из которой невозможно отправить сигналы на внешнюю бесконечность. Границей этой области является горизонт событий. Мы можем также использовать теорему о границе, изложенную Стивеном в своей лекции и состоящую в том, что горизонт событий является границей прошлого для будущей нулевой бесконечности. Следовательно, мы знаем, что эта граница:

- должна быть нулевой поверхностью, которая является гладкой и генерируется нулевыми геодезическими;
- содержит неограниченную в будущем нулевую геодезическую, исходящую из каждой точки, в которой отсутствует условие гладкости,

и что

- площадь пространственных сечений не может уменьшаться со временем.

Кроме того, было показано (Израэль 1967, Картер 1971, Робинсон 1975, Хокинг 1972), что асимптотическим пределом такого пространства-времени в будущем является пространство-время Керра. Это примечательный результат, поскольку метрика Керра является очень интересным точным решением эйнштейновских уравнений в вакууме. Поскольку это утверждение связано с таким вопросом, как энтропия черной дыры, я собираюсь к нему вернуться в следующей лекции (глава 4).

Поэтому мы действительно имеем нечто, качественно подобное решению ОС. Некоторое отличие, а именно то, что мы приходим к решению Керра, а не Шварцшильда, довольно несущественно. Главное, что картины в этих случаях похожи.

Однако более точные рассуждения основаны на гипотезе космической цензуры. Фактически, космическая цензура очень важна, поскольку теория целиком от нее зависит, и без нее мы вместо черной дыры увидели бы жуткие вещи. Поэтому действительно следует спросить себя, является ли эта гипотеза истинной. Долгое время я считал, что она может быть неверной, и предпринимал различные попытки найти контрпримеры (Стивен Хокинг однажды заявил, что тот факт, что я попытался доказать ложность гипотезы космической цензуры и не преуспел в этом, является одним из сильнейших аргументов в пользу этой гипотезы. Однако я думаю, что это очень слабый аргумент!)

Я хочу обсудить принцип космической цензуры в контексте определенных идей, касающихся *идеальных точек* пространства-времени. (Эти понятия появились в работах Зейфerta 1971 и Героха, Кронхаймера и Пенроуза 1972.) Основная идея состоит в том, что в пространство-время мы должны включать как действительно «сингулярные» точки, так и точки «на бесконечности», называемые *идеальными точками*. Введем сначала понятие НП, *неразложимого множества прошлого*. Здесь под «множеством прошлого» я понимаю множество, которое содержит свое собственное прошлое, а «неразложимое»

означает, что его нельзя разделить на два «множества прошлого» таким образом, чтобы одно содержало другое. Существует теорема, которая утверждает, что любое НП можно описать как прошлое некоторой времениподобной кривой (рис. 2.2).

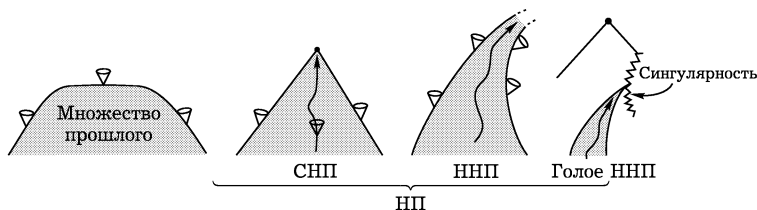


Рис. 2.2. Множество прошлого, СНП, ННП

Существует две категории НП, а именно СНП и ННП. СНП — это *собственное* НП, т.е. прошлое некоторой точки пространства-времени. ННП — *несобственное* НП, не являющееся прошлым реальной точки пространства-времени. Иными словами, ННП определяют будущие идеальные точки. Кроме того, можно различать ННП по тому, находится ли идеальная точка «на бесконечности» (и в этом случае существует времениподобная кривая, генерирующая НП бесконечной собственной длины), т.е. является  $\infty$ -ННП, или она является *сингулярностью* или сингулярным ННП (в этом случае любая генерирующая ее времениподобная кривая имеет конечную собственную длину). Очевидно, все эти понятия могут быть применены не только к множествам прошлого, но и к множествам будущего. В этом случае мы получаем неразложимые множества будущего (НБ), которые можно разделить на СНБ и ННБ, а последние в свою очередь разложить на  $\infty$ -ННБ и сингулярные ННБ. Заметим также, что для того, чтобы эти понятия заработали, следует предположить отсутствие замкнутых времениподобных кривых, на самом деле, достаточно наложить существенно более слабое условие, что не существует двух точек, имеющих одинаковое будущее и одинаковое прошлое.

Как описать на этом языке голые сингулярности и гипотезу космической цензуры? Во-первых, гипотеза космической цензуры не должна исключать Большого взрыва (в противном

случае это будет большим ударом для космологов). Все вещи всегда возникают из Большого взрыва и никогда не попадают в него обратно. Поэтому можно попытаться определить голую сингулярность как нечто, куда может входить и откуда может выходить времениподобная кривая. Тогда проблема Большого взрыва автоматически снимается, поскольку этот взрыв не относится к голой сингулярности. Теперь можно определить *голую* ННП, как ННП, которое содержится в СНП. Это существенно локальное определение, т.е. мы не требуем, чтобы наблюдатель находился на бесконечности. Оказывается, можно показать (Пенроуз 1979), что запрет на голые ННП в пространстве-времени определяется тем же условием, если в этом определении заменить слово «прошлое» на слово «будущее» (запрет на голые ННБ). Гипотеза, что такие голые ННП (или, эквивалентно, ННБ) не возникают в общем пространстве-времени, называется гипотезой *сильной космической цензуры*. Ее интуитивный смысл состоит в том, что сингулярная точка (или бесконечная точка) — в данном случае ННП — не может просто «появиться» в середине пространства-времени таким образом, чтобы быть «видимой» из некоторой конечной точки — вершины данной СНП. Существенно, что наблюдатель не должен находиться на бесконечности, поскольку для данного пространства-времени мы можем не знать, что действительно является бесконечностью. Кроме того, если бы принцип сильной космической цензуры нарушался, мы могли бы за конечное время наблюдать частицу, попадающую в сингулярность, где законы физики перестают выполняться (или достигать бесконечности, что не лучше). Можно высказать и гипотезу *слабой космической цензуры* — следует просто заменить СНП на  $\infty$ -ННП.

Гипотеза сильной космической цензуры требует, чтобы общее пространство-время с материей, подчиняющейся разумным уравнениям состояния (для примера — вакуум), могло быть расширено на пространство-время, свободное от голых сингулярностей (голых сингулярных ННП).

Оказывается (Пенроуз 1979), можно утверждать, что исключение голых ННП эквивалентно глобальной гиперболичности или тому, что пространство-время целиком есть область, определяемая некоторой поверхностью Коши (Ге-

рох 1970). Заметим, что эта формулировка сильной космической цензуры является явно симметричной по времени: можно поменять местами прошлое и будущее, если поменять местами НП и НБ.

В общем случае нужны дополнительные условия, чтобы исключить молнии. Под молнией мы понимаем сингулярность, которая достигает нулевой бесконечности, разрушая пространство-времени по мере продвижения (см. Пенроуз 1978, рис. 2.7). Это не требует нарушения принципа космической цензуры. Существует более сильная версия этого принципа (Пенроуз 1978, условие СС4), учитывающая возможность молний.

Вернемся к вопросу о том, справедлива ли гипотеза о космической цензуре. Во-первых, заметим, что, возможно, она не выполняется в квантовой гравитации. В частности, взрыв черных дыр (о которых Стивен Хокинг будет говорить чуть позднее) приводит к ситуациям, где космическая цензура кажется нарушенной.

В классической общей теории относительности существуют различные результаты в обоих направлениях. В одной из попыток опровергнуть космическую цензуру я получил неравенства, которые должны выполняться, если космическая цензура справедлива (Пенроуз 1973). Они действительно оказались правильными (Гиббон 1972). Это дает некоторую поддержку идее о существовании чего-то подобного космической цензуре. Отрицательным аргументом является наличие некоторых частных примеров (которые, впрочем, нарушают принцип универсальности) и некоторые обрывки численных результатов, против которых существует много различных возражений. К тому же есть некоторые свидетельства, о которых я узнал только недавно — фактически Гари Горовиц рассказал мне о них только вчера — что некоторые из вышеупомянутых неравенств несправедливы, если космологическая постоянная положительна. Лично я всегда был убежден, что космологическая постоянная должна быть равна нулю, однако будет очень интересно, если справедливость космической цензуры окажется зависящей от неположительности этой постоянной. В частности, может существовать интригующая связь между

природой сингулярностей и природой бесконечности. Бесконечность пространственноподобна, если космологическая постоянная положительна, и нулевая, если постоянная равна нулю. Соответственно, сингулярности могут иногда оказываться времениподобными (т. е. голыми, нарушающими космическую цензуру), если космологическая постоянная положительна, но возможно, что сингулярности не могут быть времениподобными (т. е. удовлетворяют космической цензуре), если постоянная равна нулю.

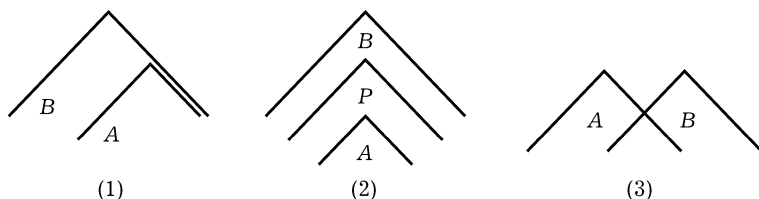


Рис. 2.3. Соотношения причинности между различными НП: 1)  $A$  причинно предшествует  $B$ ; 2)  $A$  хронологически предшествует  $B$ ; 3)  $A$  и  $B$  пространственноподобно разделены

Для обсуждения времениподобной или пространственноподобной природы сингулярностей разберемся сначала с соотношениями причинности между НП. Обобщая причинность между точками, мы можем сказать, что НП  $A$  причинно предшествует НП  $B$ , если  $A \subset B$ ;  $A$  хронологически предшествует  $B$ , если существует СНП  $P$  такое, что  $A \subset P \subset B$ . Мы будем говорить, что  $A$  и  $B$  пространственноподобно разделены, если ни одна из них причинно не предшествует другой (рис. 2.3).

Условие сильной космической цензуры можно тогда выразить, сказав, что сингулярности никогда не бывают времениподобными. Пространственноподобные (или нулевые) сингулярности могут быть либо прошлого, либо будущего типа. Отсюда, если сильная космическая цензура выполняется, сингулярности разделяются на два класса:

- (П) прошлого типа, определенные как ННП;
- (Б) будущего типа, определенные как ННБ.

Голые сингулярности могут объединять эти две возможности в одну, так что голая сингулярность может быть ННБ и ННП одновременно. Следовательно, реальным следствием космической цензуры является разделение этих классов. Типичными примерами класса (Б) являются сингулярности в черных дырах и Большой хлопок (если он существует), а в класс (П) входит Большой взрыв и белые дыры (если они существуют). В действительности, я не верю, что Большой хлопок реально может произойти (по идеологическим причинам, к которым я вернусь в последней лекции), и тем более считаю невозможным существование белых дыр, поскольку они не подчиняются второму закону термодинамики.

Возможно, что два типа сингулярностей подчиняются совершенно разным законам. Может быть, законы квантовой гравитации будут для них совершенно различны. Я думаю, что Стивен Хокинг здесь не согласится со мной [Хокинг: «Да!»], но я считаю следующие факты свидетельством этого утверждения:

- 1) второй закон термодинамики;
- 2) наблюдения ранней Вселенной (например, результаты космического аппарата COBE), показывающие, что она была очень однородной;
- 3) существование черных дыр (фактически уже наблюдаемых).

Из (1) и (2) можно утверждать, что сингулярность Большого взрыва была чрезвычайно однородна, и из (1) следует, что она была свободна от белых дыр (белые дыры очень сильно нарушают второй закон термодинамики). Тогда для сингулярностей черных дыр должны выполняться совершенно другие законы (3). Чтобы описать эту разницу более точно, отметим, что кривизна пространства-времени описывается тензором  $R_{abcd}$  Римана, который является суммой тензора Вейля  $C_{abcd}$  (описывающего приливные искажения, которые в первом порядке малости сохраняют неизменным объем) и тензором Риччи  $R_{ab}$  (умноженным на матрицу  $g_{cd}$  с должным образом зацепленными индексами), который описывает искажения, связанные с уменьшением объема (рис. 2.4).



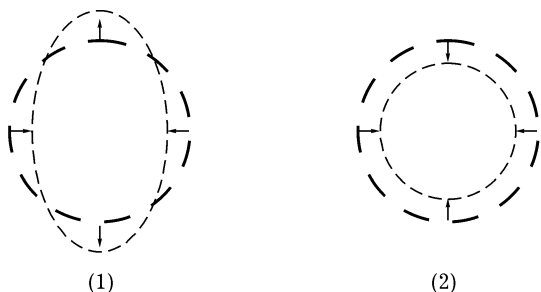


Рис. 2.4. Эффекты ускорения из-за наличия пространственновременной кривизны: (1) приливное искажение вследствие вейлевской кривизны; (2) эффект уменьшения объема из-за кривизны Риччи

В стандартных космологических моделях (Фридмана, Леметра, Робертсона и Уолкера, см., например, Риндлер 1977) в момент Большого взрыва тензор Вейля равнялся нулю. Существует также обратное утверждение, доказанное Р. Ньюменом, по которому Вселенная с начальной сингулярностью конформно-регулярного типа с нулевым тензором Вейля обязана при выполнении подходящего уравнения состояния быть Вселенной Фридмана–Леметра–Робертсона–Уолкера; (см. Ньюмен 1993). С другой стороны, сингулярности черных/белых дыр имеют (в общем случае) расходящийся тензор Вейля. Это говорит о следующем:

### Гипотеза вейлевской кривизны

- Сингулярности начального типа (П) ограничены равенством нулю тензора Вейля.
- Сингулярности конечного типа (Б) ничем не ограничены.

Это очень близко к тому, что мы наблюдаем. Если Вселенная замкнута, конечная сингулярность (Большой хлопок) будет иметь расходящийся тензор Вейля, в открытой Вселенной рождающиеся черные дыры тоже имеют расходящийся тензор Вейля (см. рис. 2.5).

Дальнейшую поддержку эта гипотеза находит в том, что существует ограничение, согласно которому для того, чтобы

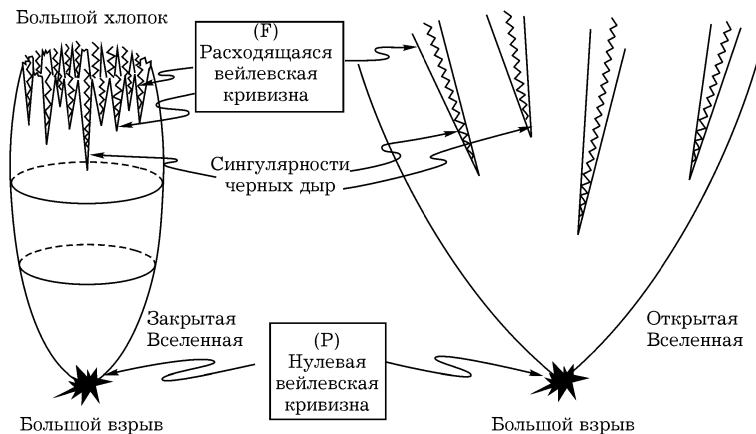


Рис. 2.5. Гипотеза вейлевской кривизны: первоначальные сингулярности (Большой взрыв) ограничены условиями обращения в нуль вейлевской кривизны, в то время как для конечных сингулярностей следует ожидать расходимости вейлевской кривизны

ранняя Вселенная была достаточно гладкой и свободной от белых дыр, ее фазовое пространство должно определяться множителем по крайней мере порядка

$$10^{10^{123}}.$$

(Эта цифра соответствует возможному объему фазового пространства черной дыры с  $10^{80}$  барионами, как это следует из формулы Бекенштейна–Хокинга для энтропии черной дыры — см. Бекенштейн 1972, Хокинг 1975 — и тому, что Вселенная имеет по крайней мере такое количество материи).

## Вопросы и ответы

*Вопрос:* Считаете ли Вы, что квантовая гравитация устранил сингулярности?

*Ответ:* Я не думаю, что это будет именно так. Если бы это было так, то Большой взрыв возник бы из предварительно существовавшей коллапсирующей фазы. Мы должны спросить

себя, как могла эта предварительная фаза возникнуть с такой малой энтропией. Эта картина приносит в жертву лучшую возможность для объяснения второго закона термодинамики. Более того, сингулярности коллапсирующих и расширяющихся вселенных будут иметь между собой в этом случае что-то общее, в то время как, похоже, они имеют чрезвычайно различные геометрии. Истинная теория квантовой гравитации должна заменить наши сегодняшние представления о пространстве-времени в сингулярностях. Она должна дать ясный и четкий способ рассмотрения того, что в классической теории мы называем сингулярностями. И она не должна быть просто не-сингулярным пространством-временем, а чем-то совершенно другим.

## ГЛАВА 3

# Квантовые черные дыры

*Стивен Хокинг*

В своей второй лекции я хочу поговорить о квантовой теории черных дыр. Мне кажется, что она ведет к новому уровню непредсказуемости в физике сверх обычной неопределенности, связанной с квантовой механикой. Это происходит потому, что черные дыры имеют внутреннюю энтропию, что приводит к потере информации из нашей области Вселенной. Должен сказать, что эти утверждения являются спорными: многие люди, работающие в квантовой гравитации, включая почти всех, кто пришел туда из физики частиц, будут инстинктивно отвергать идею о том, что информация о квантовом состоянии системы может быть утеряна. Однако все эти ученые достигли весьма скромных успехов, пытаюсь показать, как можно извлечь информацию из черной дыры. Я уверен, что в конце концов они будут вынуждены принять мое утверждение о том, что информация теряется, как раньше вынуждены были согласиться с тем, что черные дыры излучают, хотя это находится в полном противоречии со всеми их убеждениями.

Начну с напоминания классической теории черных дыр. В прошлой лекции мы видели, что гравитация всегда действует как притягивающая сила, по крайней мере, в нормальной ситуации. Если бы гравитация иногда действовала как притягивающая, а иногда — как отталкивающая сила, как в электродинамике, мы не замечали бы ее вообще, потому что гравитационная сила в  $10^{40}$  раз слабее электромагнитных сил. Только благодаря тому, что гравитационные силы между частицами двух макроскопических тел, подобных нашим телам и Земле, складываются, они приводят к силе, величину которой мы можем почувствовать.

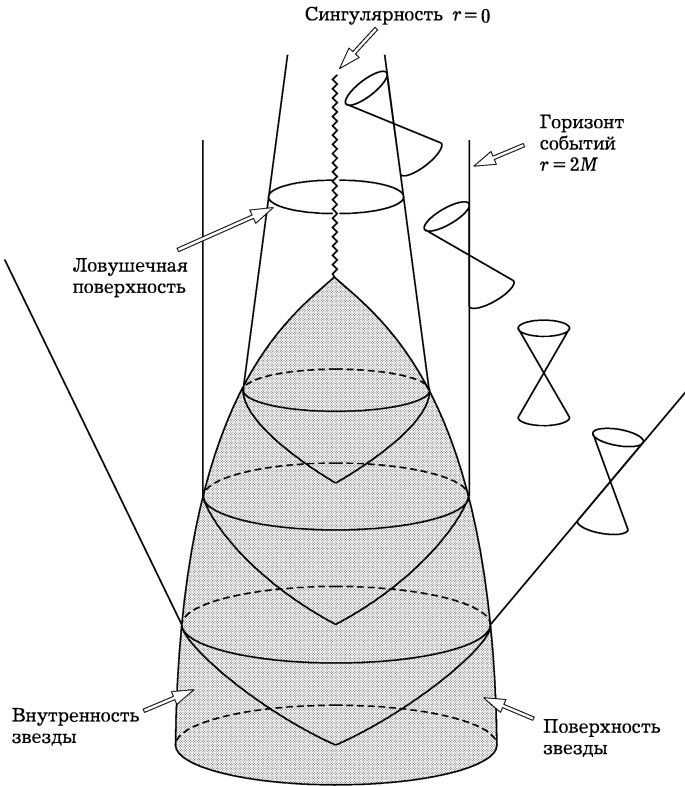


Рис. 3.1. Пространственно-временная картина коллапса звезды с образованием черной дыры. Показан горизонт событий и замкнутая ловушечная поверхность

То, что гравитация всегда является притягивающей силой, означает, что она старается собрать вместе всю материю во Вселенной, чтобы образовать объекты, подобные звездам и галактикам. В течение некоторого времени эти объекты удерживаются от дальнейшего сжатия за счет теплового давления, в случае звезд, или вращения и внутреннего движения, в случае галактик. Однако в конце концов теплота и момент импульса рассеиваются, и объект начинает сжиматься. Если масса объекта меньше 1,5 масс Солнца, сжатие может быть

остановлено за счет давления вырожденного газа электронов или нейтронов. Тогда образуется белый карлик или нейтронная звезда, соответственно. Однако, если масса больше указанного предела, то не существует ничего, что могло бы остановить неупругое сжатие. После того, как тело сожмется до определенного критического размера, гравитационное поле на его поверхности становится настолько сильным, что световые конусы оказываются наклоненными внутрь этой поверхности, как на рис. 3.1. Я предпочел бы нарисовать четырехмерную картину, однако в результате урезания бюджета Кембриджский университет может позволить себе только двумерные экраны. Поэтому в вертикальном направлении я буду показывать время, а два из трех пространственных направлений буду изображать с помощью перспективы. Вы можете видеть, что даже выходящие световые лучи наклонены друг к другу и поэтому они не расходятся, а сближаются. Это означает, что существует замкнутая ловушечная поверхность, наличие которой является одной из возможных формулировок третьего условия теоремы Хокинга–Пенроуза.

Если верна гипотеза космической цензуры, то она предсказывает, что ловушечная поверхность и сингулярность не могут быть видны с большого расстояния. Тогда должна существовать такая область пространства-времени, из которой невозможно уйти на бесконечность. Эту область называют черной дырой. Ее граница называется горизонтом событий. Она является нулевой поверхностью, образованной теми световыми лучами, которые как раз не смогли уйти на бесконечность. Как мы видели в последней лекции, площадь поперечного сечения горизонта событий не может уменьшаться, по крайней мере в классической теории. Это, а также расчеты сферического коллапса по теории возмущений наводят на мысль, что черные дыры находятся в стационарном состоянии. Теорема «об отсутствии волос» у черной дыры, доказанная в совместной работе Израэля, Картера, Робинсона и моей, показывает, что только стационарные черные дыры в отсутствии материальных полей могут соответствовать решениям Керра. Они характеризуются двумя параметрами, массой  $M$  и моментом импульса  $J$ . Теорема об отсутствии волос была рас-

пространена Робинсоном на случай наличия электромагнитного поля. Это добавляет третий параметр  $Q$ , электрический заряд. Теорема об отсутствии волос не доказана для случая полей Янга–Миллса, но, похоже, единственной разницей будет добавление одного или нескольких целых чисел, нумерующих дискретное семейство нестабильных решений. Можно показать, что в случае независимых от времени черных дыр, описываемых уравнениями Эйнштейна–Янга–Миллса, не существует других непрерывных степеней свободы.



Теорема об отсутствии волос показывает, что при коллапсе тела с образованием черной дыры теряется огромное количество информации. Коллапсирующее тело описывается очень большим числом параметров. Существуют различные типы материи и мультипольные моменты распределения масс. Однако образующая черная дыра полностью не зависит от типа

материи и быстро теряет все мультипольные моменты, за исключением первых двух: монопольного момента — массы и дипольного момента, соответствующего моменту импульса.

Такая потеря информации несущественна в рамках классической теории. Можно сказать, что вся информация о коллапсирующем теле просто остается внутри черной дыры. Поэтому внешнему наблюдателю было бы очень трудно определить, на что похоже коллапсирующее тело. Однако в классической теории это все же хотя бы в принципе возможно. В действительности наблюдатель никогда не теряет коллапсирующее тело из поля зрения. По мере приближения к горизонту событий он наблюдает замедление коллапса и потускнение света. Но при этом наблюдатель все еще может видеть, из чего было сделано тело и как распределена масса. Однако квантовая теория все это меняет. Во-первых, до того, как коллапсирующее тело пересечет горизонт событий, оно испустит лишь ограниченное число фотонов. Их будет недостаточно для того, чтобы перенести всю информацию о коллапсирующем теле. Это означает, что в квантовой теории отсутствует возможность измерения состояния коллапсирующего тела внешним наблюдателем. Можно было бы не считать этот вопрос чересчур важным, поскольку информация все равно остается внутри черной дыры, даже если она не может быть измерена снаружи. Но именно здесь проявляется второй эффект квантовой теории по отношению к черным дырам. Как я покажу, квантовая теория является причиной того, что черные дыры излучают и теряют массу. Представляется, что они в конце концов полностью исчезают, унося с собой всю информацию, которая была внутри. Я приведу аргументы, которые показывают, что информация действительно теряется и не может быть возвращена в какой-либо форме. Как я покажу, эта потеря информации приводит к новому уровню неопределенности в физике, стоящей над обычной неопределенностью, связанной с квантовой теорией. К сожалению, в противоположность принципу неопределенности Гейзенберга, этот дополнительный уровень неопределенности в случае черных дыр, видимо, будет значительно сложнее подтвердить экспериментально. Но я покажу в третьей лекции (глава 5), что мы в определенном смысле уже



наблюдали эту неопределенность при измерениях флуктуаций микроволнового реликтового излучения.

Тот факт, что квантовая теория является причиной излучения черных дыр, был впервые открыт при изучении квантовой теории поля на фоне коллапсирующей черной дыры. Чтобы увидеть, как это получается, полезно использовать картинки, обычно называемые диаграммами Пенроуза. Однако я думаю, что сам Пенроуз согласится с тем, что на самом деле они должны называться диаграммами Картера, поскольку именно Картер начал их систематически использовать. При сферическом коллапсе пространство-время не зависит от углов  $\theta$  и  $\varphi$ . Вся геометрия описывается в  $r$ - $t$  плоскости. Поскольку любая двумерная поверхность является конформной плоскому пространству, можно представить причинную структуру с помощью диаграммы, на которой нулевые линии в  $r$ - $t$  плоскости наклонены под углами  $\pm 45^\circ$  к вертикали.

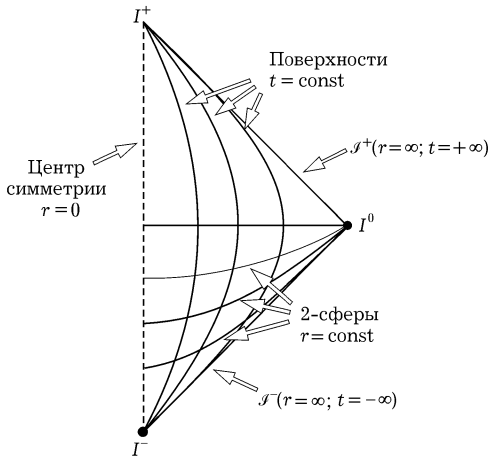


Рис. 3.2. Диаграмма Картера–Пенроуза для пространства Минковского

Начнем с плоского пространства Минковского, для которого диаграмма Картера–Пенроуза имеет вид треугольника, поставленного на один угол (рис. 3.2). Две боковые стороны спра-

ва соответствуют нулевым бесконечностям прошлого и будущего, которые обсуждались в моей первой лекции. Они реально находятся на бесконечности, но при приближении к нулевым бесконечностям будущего и прошлого все расстояния сжимаются с помощью конформного множителя. Каждая точка этого треугольника соответствует 2-сфере радиусом  $r$ . На вертикальной линии слева  $r = 0$ , и эта линия представляет центр симметрии. Правая сторона диаграммы соответствует  $r \rightarrow \infty$ .

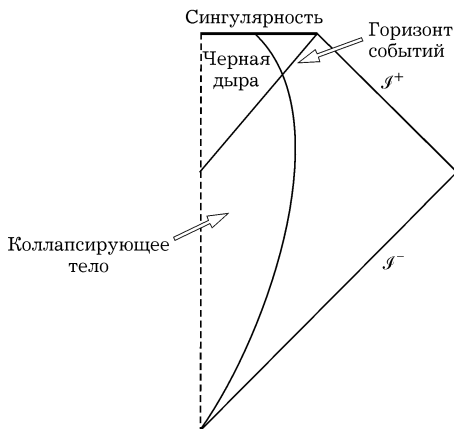


Рис. 3.3. Диаграмма Картера–Пенроуза для звезды, которая коллапсирует с образованием черной дыры

Из диаграммы нетрудно видеть, что каждая точка в пространстве Минковского находится в прошлом для нулевой бесконечности будущего  $\mathcal{S}^+$ . Это означает, что черная дыра и горизонт событий отсутствуют. Однако если имеется сферическое коллапсирующее тело, то вид диаграммы существенно меняется (рис. 3.3). Она выглядит так же в прошлом, но теперь верх треугольника обрзан и заменен на горизонтальную границу. Это та сингулярность, которую предсказывает теорема Хокинга–Пенроуза. Теперь можно видеть, что существуют точки под этой горизонтальной линией, которые не лежат в прошлом нулевой бесконечности будущего  $\mathcal{S}^+$ . Другими словами, существует черная дыра. Горизонт событий, грани-

ца черной дыры, изображается диагональной линией, которая идет вниз из правого верхнего угла и пересекается с вертикальной линией, соответствующей центру симметрии.

На фоне коллапсирующего объекта можно рассмотреть скалярное поле  $\varphi$ . Если бы метрика пространства-времени не зависела от времени, то решение волнового уравнения, содержащее только положительные частоты на  $\mathcal{I}^-$ , содержало бы эти частоты и на  $\mathcal{I}^+$ . Это означало бы, что там не происходит рождение частиц, и если первоначально частиц на  $\mathcal{I}^+$  не было, то не было бы и уходящих частиц.

Однако про коллапсе метрика зависит от времени. Это приводит к тому, что положительно-частотное на  $\mathcal{I}^-$  решение приобретает отрицательные частоты, приходя на  $\mathcal{I}^+$ . Можно рассчитать это смешивание, если взять волну с временной зависимостью  $e^{-i\omega u}$  на  $\mathcal{I}^+$  и рассмотреть ее распространение обратно на  $\mathcal{I}^-$ . Если это сделать, то обнаруживается, что часть волны, которая прошла вблизи горизонта, получила сильное голубое смещение. Примечательно, что, обращая эти рассуждения, можно найти, что смешивание не зависит от деталей коллапса в более поздние времена. Оно зависит только от величины поверхностной гравитации  $\kappa$ , которая измеряет напряженность гравитационного поля на горизонте черной дыры. Смешивание положительных и отрицательных частот приводит к рождению частиц.

Когда я впервые изучал этот эффект в 1973 г., я ожидал, что обнаружу во время коллапса взрывное излучение, но после этого рождение частиц должно было бы затухнуть, и черная дыра действительно стала бы черной. К моему большому удивлению, я обнаружил, что после первоначального взрыва во время коллапса продолжается рождение частиц и их излучение с постоянной скоростью. Более того, излучение оказалось тепловым с температурой  $\frac{\kappa}{2\pi}$ . Это было именно то, что требовалось, чтобы сделать самосогласованной идею о том, что черная дыра имеет энтропию, пропорциональную площади ее горизонта событий. Более того, в этом случае фиксируется константа пропорциональности, которая оказывается равной одной четверти в планковских единицах, в которых  $G = c = \hbar = 1$ . В такой системе площадь равна  $10^{-66}$  см<sup>2</sup>, так что черная дыра

с массой, равной массе Солнца, будет иметь энтропию порядка  $10^{78}$ . Эта величина отражает то колоссальное число различных способов, которыми может быть создана черная дыра.

### Тепловое излучение черной дыры

$$\text{Температура } T = \frac{\kappa}{2\pi}$$

$$\text{Энтропия } S = \frac{1}{4}A$$

Когда я пришел к открытию излучения черных дыр, казалось чудом, что довольно неаккуратные вычисления приводят к излучению, которое в точности является тепловым. Однако в совместной работе с Джимом Хартлем и Гарри Гиббонсом были найдены глубокие причины этого. Чтобы их объяснить, я начну с примера метрики Шварцшильда.

### Метрика Шварцшильда

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Эта метрика соответствует гравитационному полю, которое создает невращающаяся черная дыра. В обычных координатах  $r$  и  $t$  эта метрика обладает кажущейся особенностью при шварцшильдовском радиусе  $r = 2M$ . Однако эта особенность является лишь следствием плохого выбора координат. Можно выбрать другие координаты, в которых метрика в этой точке будет регулярной.

Диаграмма Картера–Пенроуза имеет вид ромба, со срезанными верхом и низом (рис. 3.4). Она делится на четыре области двумя нулевыми поверхностями, на которых  $r = 2M$ . Область справа, отмеченная на диаграмме как ①, является асимптотически плоским пространством, в котором, как мы полагаем, мы и живем. Она имеет нулевые бесконечности  $\mathcal{I}^-$  и  $\mathcal{I}^+$  в прошлом и в будущем, подобно плоскому пространству-времени. С левой стороны диаграммы существует другая асимптотически плоская область ③, которая, по-видимому, соответствует другой вселенной, связанной с нашей только гор-

ловиной. Однако, как мы увидим, она связана с нашей областью с помощью мнимого времени. Нулевая поверхность, идущая снизу слева вверх направо, является границей области, из которой можно уйти на правую бесконечность. Поэтому она является горизонтом событий будущего, причем эпитет «будущий» добавлен для того, чтобы отличать его от горизонта событий прошлого, идущего снизу справа вверх налево.

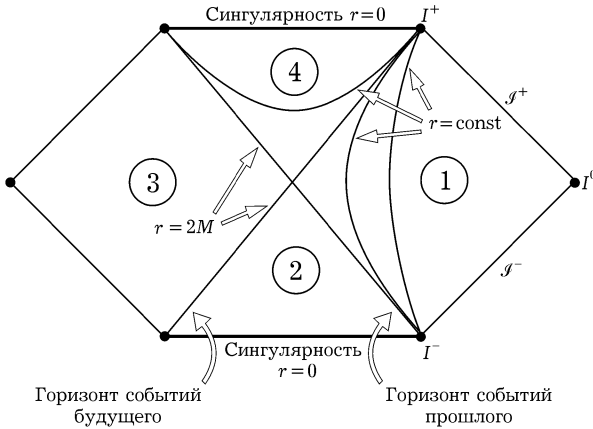


Рис. 3.4. Диаграмма Картера–Пенроуза для вечно существующей шварцшильдовской черной дыры

Вернемся теперь к метрике Шварцшильда в первоначальных координатах  $r$  и  $t$ . Если положить  $t = i\tau$ , получается положительно определенная метрика. Я буду называть такие метрики евклидовыми, хотя они могут соответствовать искривленному пространству. В такой евклидово–шварцшильдовской метрике по-прежнему существует кажущаяся сингулярность при  $r = 2M$ . Однако можно определить новую радиальную координату  $x$ , равную  $4M(1 - 2Mr^{-1})^{1/2}$ .

#### Евклидово–шварцшильдовская метрика

$$ds^2 = x^2 \left( \frac{d\tau}{4M} \right)^2 + \left( \frac{r^2}{4M^2} \right)^2 dx^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

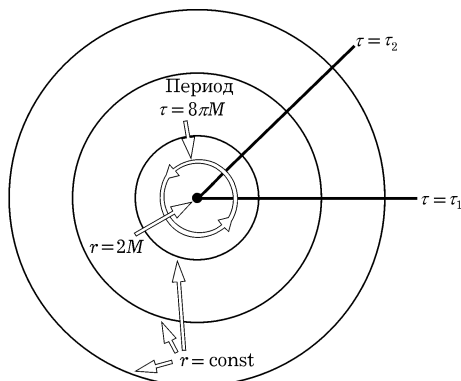
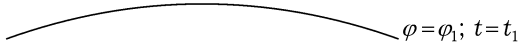
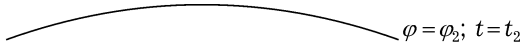


Рис. 3.5. Евклидово–шварцшильдовское решение, в котором  $\tau$  выбрано периодическим

Метрика в плоскости  $x$ – $\tau$  становится тогда подобна метрике в полярной системе координат, если сопоставить координату  $\tau$  с периодом  $8\pi M$ . Аналогично, другие евклидовы метрики для черной дыры будут иметь кажущиеся сингулярности на своих горизонтах, которые могут быть устранены сопоставлением мнимой временной координаты с периодом  $\frac{2\pi}{\chi}$  (рис. 3.5).

В чем состоит смысл использования мнимого времени, отождествленного с некоторыми периодом  $\beta$ ? Чтобы это увидеть, рассмотрим амплитуду перехода из некоторой конфигурации поля  $\varphi_1$  на поверхности  $t_1$  в конфигурацию  $\varphi_2$  на плоскости  $t_2$ . Она дается матричным элементом оператора  $e^{-iH(t_2-t_1)}$ . Однако ее можно также представить с помощью интеграла по путям по всем полям  $\varphi$  в интервале времени между  $t_1$  и  $t_2$ , которые совпадают с данными полями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  на двух поверхностях (рис. 3.6).

Выберем интервал времени  $(t_1 - t_2)$  чисто мнимым и равным  $\beta$  (рис. 3.7). Можно также считать начальное поле  $\varphi_1$  равным конечному полю  $\varphi_2$  и просуммировать по полному базису состояний  $\varphi_n$ . Тогда с левой стороны получаем среднее значение  $e^{-\beta H}$ , просуммированное по всем состояниям. Это выражение совпадает с термодинамической статистической суммой  $Z$  при температуре  $T = \beta^{-1}$ .



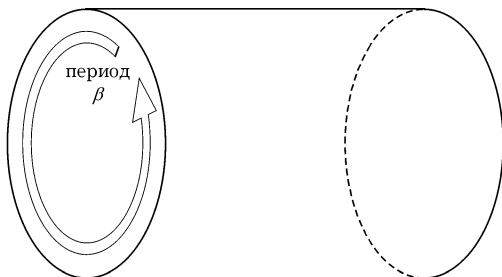
$$\begin{aligned} \langle \varphi_2, t_2 | \varphi_1, t_1 \rangle &= \langle \varphi_2 | \exp(-iH(t_2 - t_1)) | \varphi_1 \rangle = \\ &= \int D(\varphi) \exp(iI[\varphi]) \end{aligned}$$

Рис. 3.6. Амплитуда перехода из состояния  $\varphi_1$  в момент времени  $t_1$  в состояние  $\varphi_2$ , заданное в момент времени  $t_2$

С правой стороны уравнения записан интеграл по путям. Положим в нем  $\varphi_1 = \varphi_2$  и просуммируем по всем конфигурациям поля  $\varphi_n$ . Это означает, что эффективно происходит вычисление интеграла по путям по всем полям  $\varphi$  в пространстве-времени, которое обладает периодичностью по мнимому времени с периодом  $\beta$ . Такая статистическая сумма для полей  $\varphi$  при температуре  $T$  дается интегралом по путям по всем полям в евклидовом пространстве-времени. Это пространство-время периодически по мнимому времени с периодом  $\beta = T^{-1}$ .

Если вычислить интеграл по путям в плоском пространстве-времени, обладающем периодом  $\beta$  по мнимому времени, можно получить обычный результат для статистической суммы излучения черного тела. Однако, как мы уже видели, евклидово-шварцшильдовское решение является также периодическим в мнимом времени с периодом  $\frac{\kappa}{2\pi}$ . Это означает, что поля на фоне решения Шварцшильда ведут себя так, как если бы они находились в состоянии теплового равновесия с температурой  $\frac{\kappa}{2\pi}$ .

Периодичность в мнимом времени объясняет, почему за-



$$t_2 - t_1 = -i\beta, \quad \varphi_2 = \varphi_1$$

$$\begin{aligned} Z &= \sum \langle \varphi_n | \exp(-\beta H) | \varphi_n \rangle = \\ &= \int D(\varphi) \exp(-\hat{I}[\varphi]) \end{aligned}$$

Рис. 3.7. Статистическая сумма при температуре  $T$  может быть представлена как интеграл по путям по всем полям в евклидовом пространстве-времени с периодом  $\beta = T^{-1}$  по мнимому времени

путанные вычисления смешивания решений с разными частотами привели к излучению, которое находится в тепловом равновесии. Однако такой вывод обходит проблему вклада очень высоких частот, которые следует учитывать в подходе смешивания решений с разными частотами. Он может быть использован в том случае, когда существует взаимодействие между квантовыми полями на заданном фоне. Фактически то, что интеграл по путям вычисляется на периодическом фоне, приводит к тому, что все физические величины типа средних значений будут соответствовать состояниям теплового равновесия. Это было бы очень трудно установить в подходе со смешиванием частот.

Можно даже расширить эти взаимодействия, чтобы учесть взаимодействия непосредственно с гравитационным полем. Начнем с фоновой метрики  $g_0$ , такой как евклидово-шварцшильдовская метрика, являющаяся решением классических уравнений поля. Действие  $I$  можно разложить в степенной ряд по возмущениям  $\delta g$  вблизи  $g_0$ :

$$I[g] = I[g_0] + I_2 (\delta g)^2 + I_3 (\delta g)^3 + \dots$$



При этом линейное слагаемое обращается в нуль в силу того, что  $g_0$  является решением полевых уравнений. Квадратичные слагаемые можно воспринимать как описание гравитонов на заданном фоне, в то время как кубичное и более высокие слагаемые в разложении описывают взаимодействие между гравитонами. Интеграл по путям по квадратичным слагаемым является конечным. В чисто гравитационной теории существуют неперенормируемые расходимости в двухпетлевых диаграммах, но в теориях супергравитации они сокращаются со вкладом фермионов. Неизвестно, имеют ли теории супергравитации расходимости в трех и более петлях, поскольку до сих пор не нашлось никого, кто был бы достаточно отважен или безрассуден, чтобы проделать эти вычисления. В ряде последних работ есть указания на то, что эти теории могут быть конечны во всех порядках. Но даже если существуют расходимости в высших петлях, они дадут очень малые отличия, за исключением случая, когда фоновая метрика соответствует искривлению на масштабах длины Планка, т. е.  $10^{-33}$  см.

Более интересным по сравнению со слагаемыми высшего порядка является слагаемое нулевого порядка, а именно, действие с фоновой метрикой  $g_0$ :

$$I = -\frac{1}{16\pi} \int R (-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi} \int K (\pm h)^{\frac{1}{2}} d^3x.$$

Обычное действие Эйнштейна–Гильберта в общей теории относительности является объемным интегралом от скалярной кривизны  $R$ . Она равна нулю для вакуумных решений, так что можно считать, что действие для евклидово–шварцшильдовского решения равно нулю. Однако в действии существует также поверхностное слагаемое, пропорциональное интегралу от  $K$ , т. е. от следа второй квадратичной формы на граничной поверхности. Если учесть это слагаемое и вычесть из него поверхностное слагаемое для плоского пространства, можно найти, что действие с евклидово–шварцшильдовской метрикой равно  $\frac{\beta^2}{16\pi}$ , где  $\beta$  — период по мнимому времени на бесконечности. Тогда доминирующий вклад в интеграл по путям для статистической суммы  $Z$  ра-

вен  $\exp\left(-\frac{\beta^2}{16\pi}\right)$ :

$$Z = \sum \exp(-\beta E_n) = \exp\left(-\frac{\beta^2}{16\pi}\right).$$

Дифференцируя  $\ln Z$  по периоду  $\beta$ , можно получить среднее значение энергии или, другими словами, массу:

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\beta}(\ln Z) = \frac{\beta}{8\pi}.$$

Таким образом находим, что масса  $M = \frac{\beta}{8\pi}$ . Это подтверждает уже известную связь между массой и периодом, или обратной температурой Вселенной. Однако можно продвинуться дальше. Следуя стандартным термодинамическим рассуждениям, логарифм статистической суммы равен взятой с обратным знаком свободной энергии  $F$ , деленной на температуру  $T$ :

$$\ln Z = -\frac{F}{T}.$$

Но свободная энергия равна массе или энергии плюс произведение температуры на энтропию  $S$ :

$$F = \langle E \rangle - TS.$$

Собирая все вместе, нетрудно видеть, что действие для черной дыры дает энтропию  $4\pi M^2$ :

$$S = \frac{\beta^2}{16\pi} = 4\pi M^2 = \frac{1}{4}A.$$

Это именно то, что требуется для того, чтобы законы черных дыр стали полным аналогом законов термодинамики.

Откуда берется внутренняя гравитационная энтропия, не имеющая аналогов в других квантовых теориях поля? Причина ее появления в том, что гравитация допускает различные топологии пространственно-временного многообразия. В случае, который мы рассматриваем, евклидово-шварцшильдовское решение имеет границу на бесконечности с топологией  $S^2 \times S^1$ .

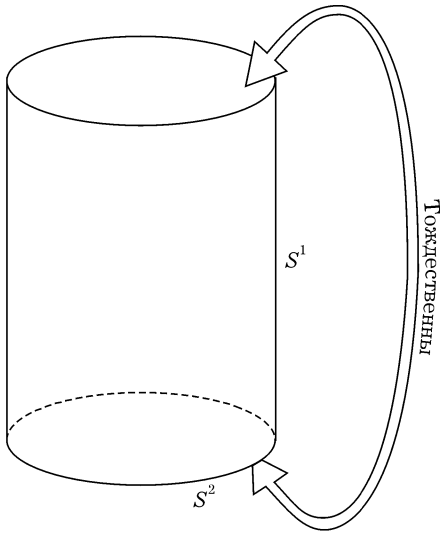


Рис. 3.8. Бесконечно удаленная граница для евклидово–шварцшильдовского решения

Поверхность  $S^2$  — это большая пространственноподобная 2-сфера на бесконечности, а  $S^1$  соответствует направлению мнимого времени, концы которого периодически отождествлены (рис. 3.8). Можно вложить в эту границу метрики по крайней мере с двумя разными топологиями. Одна, конечно, евклидово–шварцшильдовская метрика с топологией  $R^2 \times S^2$ , т. е. евклидова 2-плоскость, умноженная на 2-сферу. Другая — это  $R^3 \times S^1$ , т. е. топология евклидова плоского пространства с периодически отождествленными в направлении мнимого времени границами. Эти топологии имеют различные характеристики Эйлера. Эйлерова характеристика периодически отождествленного плоского пространства равна нулю, в то время как для евклидово–шварцшильдовского решения — двум. Смысл всего этого состоит в следующем: на топологии периодически отождествленного плоского пространства можно найти периодическую функцию времени  $\tau$ , градиент которой нигде не обращается в нуль и которая согласована с координатой мнимого времени на бесконечности. Тогда можно составить

действие для области между поверхностями  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . При этом получается два вклада в действие: объемный интеграл от лагранжиана для материи и лагранжиана Эйнштейна–Гильберта и поверхностное слагаемое. Если решение не зависит от времени, то поверхностное слагаемое при  $\tau = \tau_1$  будет сокращаться со слагаемым при  $\tau = \tau_2$ . Тогда реальный вклад в поверхностное слагаемое появится только от границы на бесконечности. Это дает половину массы, умноженной на интервал мнимого времени  $(\tau_2 - \tau_1)$ . Если масса ненулевая, то должны быть создающие массу ненулевые поля материи. Можно показать, что интеграл по объему от лагранжиана полей материи и лагранжиана Эйнштейна–Гильберта также дает  $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$ . Тогда полное действие равно  $M(\tau_2 - \tau_1)$  (рис. 3.9). Если подставить этот вклад в логарифм статистической суммы в термодинамической формуле, можно найти, что среднее значение энергии равно массе, как и следовало ожидать. Однако вклад в энтропию от фоновых полей будет равен нулю.

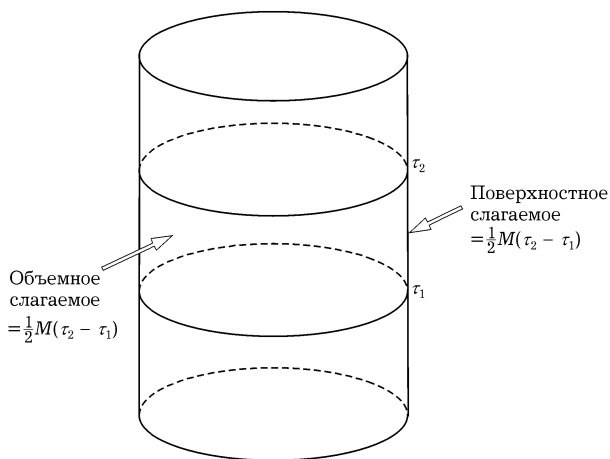
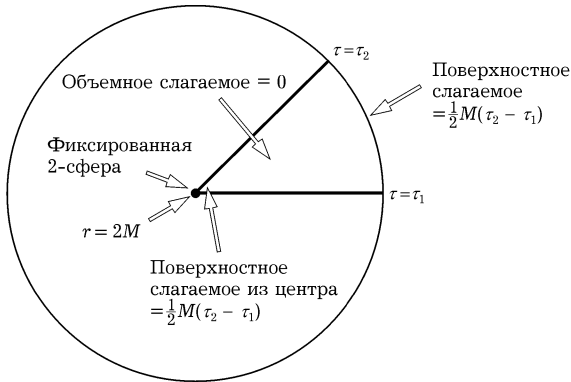


Рис. 3.9. Действие для периодически отождествленного евклидового плоского пространства равно  $M(\tau_2 - \tau_1)$

Ситуация несколько отличается для евклидово–шварцшильдовского решения. Поскольку характеристика Эйлера



Полное действие, включающее угловые вклады =  $M(\tau_2 - \tau_1)$

Полное действие без угловых вкладов =  $\frac{1}{2} M(\tau_2 - \tau_1)$

Рис. 3.10. Полное действие для евклидово-шварцшильдовского действия равно  $\frac{1}{2} M(\tau_2 - \tau_1)$ , без учета вклада от угла для  $r = 2M$

равна не нулю, а двум, невозможно найти такую функцию времени  $\tau$ , градиент которой был бы повсюду отличен от нуля. Лучшее, что можно сделать — это выбрать координату мнимого времени в решении Шварцшильда. Оно имеет на горизонте фиксированную 2-сферу, на которой  $\tau$  ведет себя подобно угловой переменной. Если теперь вычислить действие между двумя поверхностями  $\tau = \text{const}$ , объемный интеграл обратится в нуль, поскольку поля материи отсутствуют, и скалярная кривизна равна нулю. Поверхностное слагаемое со следом  $K$  на бесконечности снова дает  $\frac{1}{2} M(\tau_2 - \tau_1)$ . Однако теперь существует и другое поверхностное слагаемое на горизонте, когда поверхности  $\tau_1$  и  $\tau_2$  пересекаются в угле. Можно вычислить этот вклад и найти, что он также равен  $\frac{1}{2} M(\tau_2 - \tau_1)$  (рис. 3.10). Поэтому полное действие для области между  $\tau_1$  и  $\tau_2$  равно  $M(\tau_2 - \tau_1)$ . Если использовать это действие, положив  $\tau_2 - \tau_1 = \beta$ , нетрудно найти, что энтропия будет равна нулю. Однако, если смотреть на действие евклидово-шварцшильдовского решения с четырехмерной точки зре-

ния, а не с точки зрения  $3 + 1$ , то нет причин для того, чтобы учитывать поверхностное слагаемое на горизонте, так как там метрика регулярна. Отбрасывая поверхностное слагаемое на горизонте, получаем, что действие равно одной четверти площади горизонта, что как раз равно внутренней гравитационной энтропии черной дыры.

Тот факт, что энтропия черной дыры связана с топологическим инвариантом (эйлеровой характеристикой), является сильным аргументом в пользу того, что она останется, даже если мы перейдем к более фундаментальной теории. Эта идея предается анафеме большинством физиков, занимающихся частицами, которые представляют очень консервативную публику и хотят, чтобы все было похоже на теорию Янга–Миллса. Они соглашаются с тем, что излучение от черных дыр является тепловым и не зависит от того, как черная дыра образовалась, если ее размеры существенно больше планковской длины. Но они утверждают, что когда черная дыра теряет массу и приближается к планковскому размеру, квантовая общая теория относительности становится неприменимой, и все споры заканчиваются. Однако я опишу мысленный эксперимент с черными дырами, в котором информация теряется, хотя кривизна снаружи горизонта все время остается малой.

Уже давно известно, что в сильном электрическом поле может происходить рождение пар положительно и отрицательно заряженных частиц. Один из способов увидеть это следующий. Заметим, что в плоском евклидовом пространстве частица с зарядом  $q$ , например, электрон, будет двигаться по окружности в однородном электрическом поле  $E$ . Можно аналитически продолжить это движение от мнимого времени  $\tau$  к вещественному  $t$ . Тогда возникает пара положительно и отрицательно заряженных частиц, ускоренно движущихся друг от друга за счет растаскивания электрическим полем (рис. 3.11).

Процесс рождения пар может быть описан разрезанием двух диаграмм на половины вдоль линий  $t = 0$  или  $\tau = 0$ . Соединим после разрезания верхнюю половину диаграммы пространства Минковского с нижней половиной диаграммы евклидова пространства (рис. 3.12). Это дает картину, в которой отрицательно и положительно заряженные частицы, по сути,

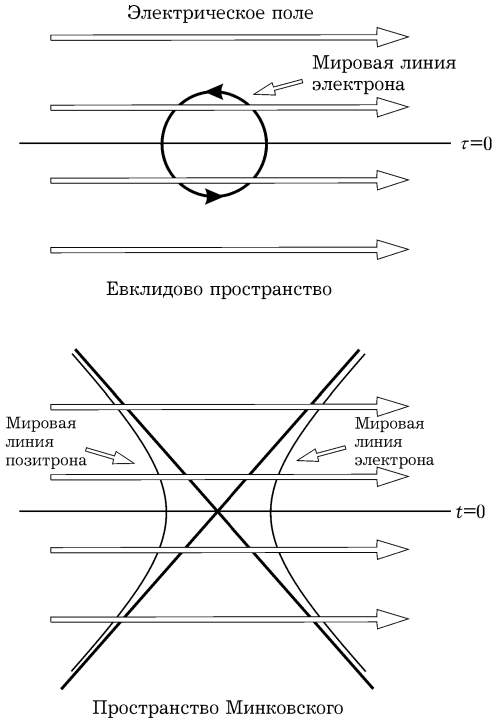


Рис. 3.11. В евклидовом пространстве электрон в электрическом поле движется по окружности. В пространстве Минковского получается пара противоположно заряженных частиц, ускоренно разлетающихся в противоположные стороны

являются одной и той же частицей. Она туннелирует через евклидово пространство, чтобы пройти от одной мировой линии в пространстве Минковского к другой. В первом приближении вероятность рождения пары равна  $e^{-I}$ , где

$$\text{Евклидово действие } I = \frac{2\pi m^2}{qE}.$$

Рождение пар в сильных электрических полях наблюдается экспериментально, и вероятность рождения согласуется с этими оценками.

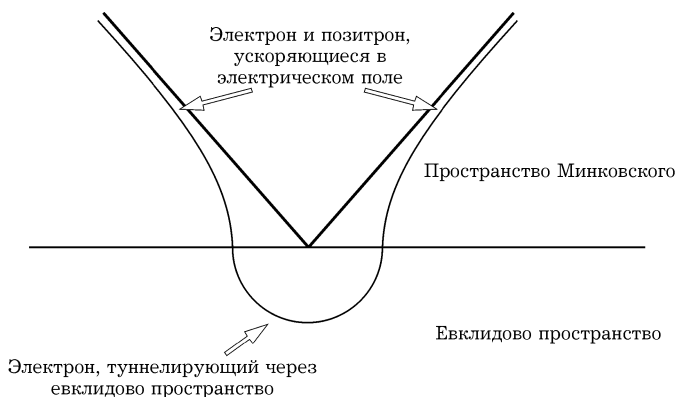


Рис. 3.12. Рождение пар может быть описано объединением половины диаграммы в евклидовом пространстве с половиной диаграммы в пространстве Минковского

Черные дыры могут нести электрический заряд, поэтому можно ожидать, что они также будут рождаться парами. Однако вероятность этого процесса должна быть крохотной по сравнению с рождением электрон-позитронных пар, поскольку отношение массы к заряду в  $10^{20}$  больше. Это означает, что любое электрическое поле будет нейтрализовано рождением электрон-позитронных пар задолго до того, как вероятность рождения пары черных дыр станет заметной. Однако существуют решения для черных дыр с магнитными зарядами. Такие черные дыры не могут получиться в результате гравитационного коллапса, поскольку в природе отсутствуют элементарные частицы с магнитным зарядом. Но можно ожидать, что такие черные дыры будут рождаться парами в сильном магнитном поле. В этом случае конкуренция с рождением обычных частиц отсутствует, поскольку у таких частиц нет магнитного заряда. Таким образом, в достаточно сильном магнитном поле вероятность рождения пары магнитно-заряженных черных дыр может быть значительной.

В 1976 Эрнст нашел решение, которое представляет две магнитно-заряженные черные дыры, ускоренно движущиеся друг от друга в магнитном поле (рис. 3.13). Если совер-



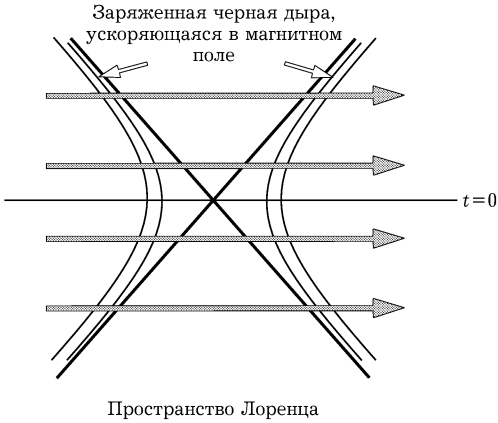


Рис. 3.13. Пара противоположно заряженных черных дыр ускоряется в противоположных направлениях магнитным полем

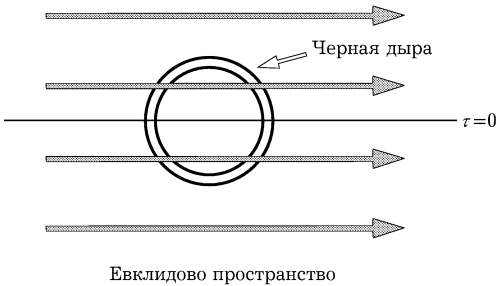


Рис. 3.14. Заряженная черная дыра, движущаяся по окружности в евклидовом пространстве

шить аналитическое продолжение в область мнимого времени, можно получить картину, очень похожую на рождение электрон-позитронных пар (рис. 3.14). Черная дыра движется по окружности в искривленном евклидовом пространстве точно так же, как электрон движется по окружности в плоском евклидовом пространстве. В случае черных дыр ситуация сложнее, поскольку координата мнимого времени периодична как относительно горизонта черной дыры, так и относительно

центра окружности, по которой дыра движется. При этом отношение массы к заряду можно подобрать так, чтобы эти периоды стали одинаковыми. Физически это означает, что можно выбрать параметры черной дыры так, что температура черной дыры станет равной температуре, которую она приобретает за счет собственного ускорения. Температура магнитно заряженной черной дыры стремится к нулю по мере того, как заряд стремится к значению массы, выраженной в планковских единицах. Таким образом, для слабых магнитных полей и, следовательно, малых ускорений эти периоды всегда можно подобрать равными друг другу.

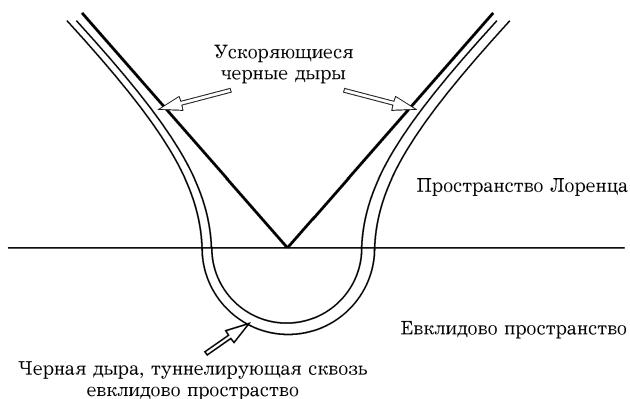


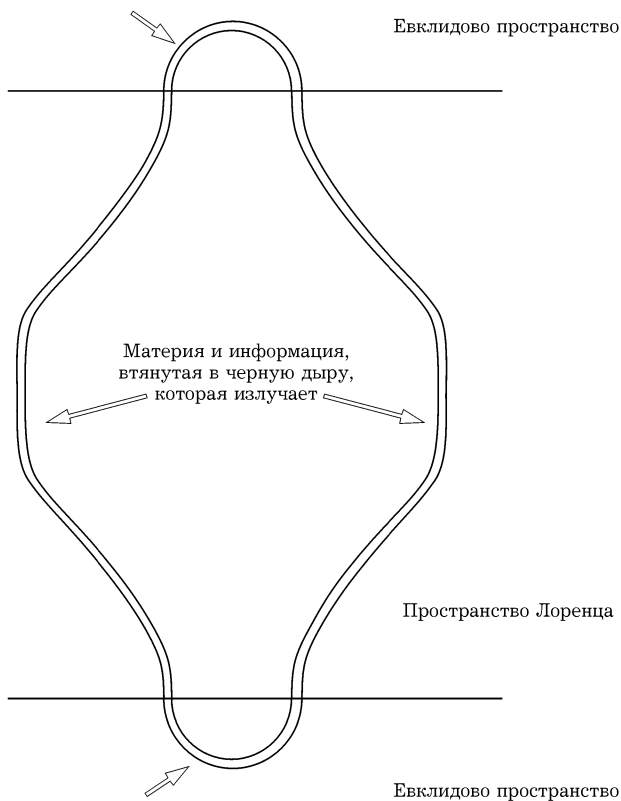
Рис. 3.15. Туннелирование приводит к появлению пары черных дыр, что может быть также описано половиной евклидовой диаграммы и половиной лоренцевской диаграммы

Как и в случае рождения электрон-позитронной пары, рождение пары черных дыр можно описать, соединяя вместе нижнюю половину евклидового решения во мнимом времени с верхней половиной лоренцевского решения в реальном времени (рис. 3.15). Можно считать, что черная дыра туннелирует сквозь евклидову область и выходит оттуда как пара противоположно заряженных черных дыр, которые ускорятся в противоположные стороны под действием магнитного поля. Решение для ускоренных черных дыр не является асимптотически

плоским, поскольку оно соответствует наличию однородного магнитного поля на бесконечности. Но, несмотря на это, можно сделать некоторые предположения относительно вероятности рождения пар черных дыр в локальной области магнитного поля. Можно считать, что после их рождения черные дыры попадают в области, где магнитное поле отсутствует. Тогда каждую черную дыру можно рассматривать отдельно как черную дыру в асимптотически плоском пространстве-времени. При этом в каждую дыру можно забросить произвольно большое количество материи и информации. После этого дыры начнут излучать и терять массу. Однако при этом они не могут потерять магнитный заряд из-за отсутствия частиц с магнитными зарядами. В конце концов они вернуться в исходное состояние с массой чуть больше, чем заряд. После этого можно свести обе дыры вместе и позволить им аннигилировать. Процесс аннигиляции может восприниматься как обращение во времени процесса рождения пар. Поэтому он будет представляться верхней половиной евклидова решения, соединенного с нижней половиной лоренцевского решения. В промежутке между рождением пары и ее аннигиляцией имеется длительный лоренцевский период, в течение которого черные дыры удаляются друг от друга, поглощают материю, излучают и потом возвращаются обратно. Топология гравитационного поля будет в этом случае топологией решения Евклида–Эрнста. Это не что иное как  $S^2 \times S^2$  с одной выколотой точкой (рис. 3.16).

Может вызвать беспокойство то, что при аннигиляции черных дыр будет нарушаться обобщенный закон термодинамики, поскольку в этом случае происходит исчезновение площади горизонта черных дыр. Однако оказывается, что площадь горизонта ускорения в решении Эрнста получается из области, которую бы мы имели, если бы там не было рождения пары. Конечно, это довольно тонкое вычисление, поскольку площадь горизонта ускорения в обоих случаях бесконечна. Тем не менее, существует хорошо определенная ситуация, при которой их разность конечна и равна площади горизонта черной дыры плюс разность в действии для этих решений с учетом и без учета рождения пар. Рождение пары можно понимать, так сказать, как процесс с нулевой энергией, при котором гамиль-

Черная дыра, туннелирующая сквозь евклидово пространство, чтобы проаннигилировать



Черная дыра, туннелирующая через евклидово пространство, чтобы родить пару

Рис. 3.16. Пара черных дыр, рождающихся за счет туннелирования, в конечном счете аннигилирует вновь за счет туннелирования

тониан *с учетом* рождения пары будет совпадает с гамильтонианом *без рождения* пар. Я благодарен Саймону Россу и Гарри Горовитцу за вычисление этой редукции прямо в течение лекции. Чудеса подобные этому — я подразумеваю результат, а не то, что они его получили — заставляют меня считать, что термодинамика черных дыр не может быть просто низкоэнергетическим приближением. Я глубоко убежден, что гравита-

ционная энтропия не исчезнет, даже если мы перейдем к более фундаментальной теории квантовой гравитации.

Из этого мысленного эксперимента можно видеть, что он приводит к внутренней гравитационной энтропии и потере информации в случае, когда топология пространства-времени отличается от топологии плоского пространства Минковского. Если размер черной дыры, полученной в результате рождения пары, значительно превышает планковский размер, то кривизна повсюду вне горизонтов будет мала по сравнению с планковским масштабом. Это означает, что приближение, которое я делал, отбрасывая кубические и более высокие поправки, является достаточно хорошим. Тогда заключение о том, что в черных дырах теряется информация, является вполне приемлемым.

Если информация теряется в макроскопических черных дырах, она должна также теряться в процессах, где благодаря квантовым флуктуациям метрики проявляются микроскопические, виртуальные черные дыры. Можно считать, что частицы и информация будут попадать в такие черные дыры и при этом теряться. Возможно, только там и происходят такие странные столкновения. Величины, подобные энергии и электрическому заряду, которые связаны с калибровочными полями, будут сохраняться, но вся другая информация и глобальные заряды будут теряться. Все это имеет далеко идущие следствия для квантовой теории.

Обычно предполагается, что система в чисто квантовом состоянии эволюционирует унитарным образом через последовательность чистых квантовых состояний. Но если существует потеря информации за счет появления и исчезновения черных дыр, унитарная эволюция невозможна. Вместо этого, из-за потери информации конечное состояние после исчезновения черной дыры будет так называемым *смешанным квантовым состоянием*. Его можно рассматривать как ансамбль различных чистых квантовых состояний, каждое со своей собственной вероятностью. Но поскольку система не находится с определенностью в каком-то одном состоянии, нельзя добиться того, чтобы вероятность конечного состояния стала нулевой за счет интерференции с любым квантовым состоянием. Это означает, что гравитация приводит к новому уровню непредсказуемости

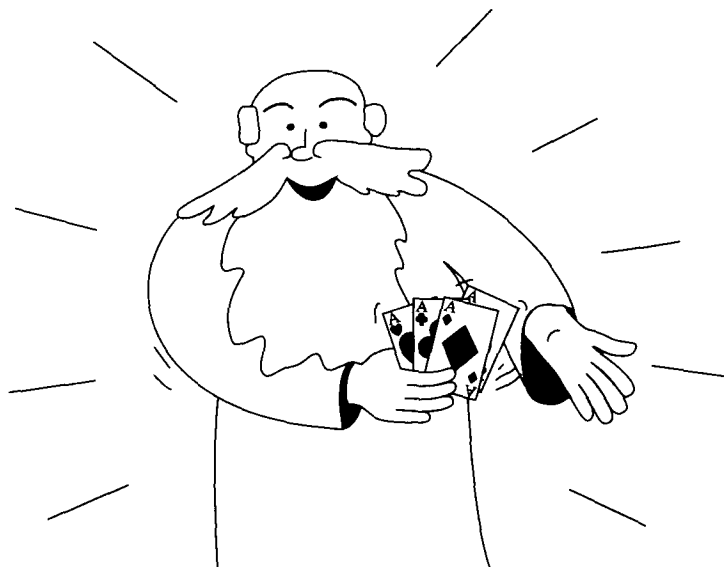


Рис. 3.17

в физике сверх той неопределенности, которая обычно связывается с квантовой теорией. В следующей лекции (глава 5) я покажу, что мы, возможно, уже наблюдаем эту дополнительную неопределенность. Это означает конец надежде на научный детерминизм, т. е. на способность предсказывать будущее с определенностью. Похоже, что у Бога еще есть в рукаве пара трюков.

## ГЛАВА 4

# Квантовая теория и пространство-время

*Р. Пенроуз*

К великим физическим теориям XX столетия можно отнести квантовую теорию (КТ), специальную теорию относительности (СТО), общую теорию относительности (ОТО) и квантовую теорию поля (КТП). Эти теории не являются независимыми одна от другой: общая теория относительности основана на специальной теории относительности, а квантовая теория поля учитывает квантовую механику и специальную теорию относительности (см. рис. 4.1).

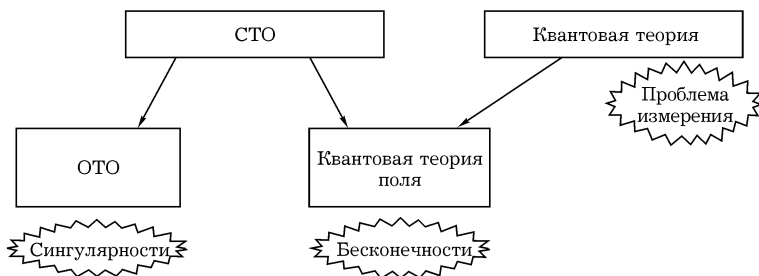


Рис. 4.1. Великие физические теории XX столетия и их фундаментальные проблемы

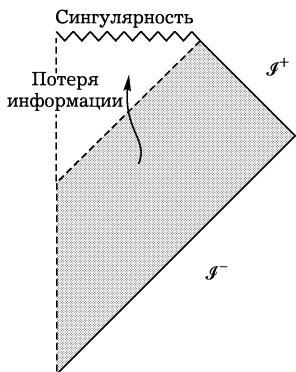
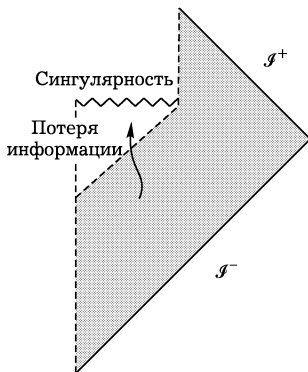
Утверждается, что квантовая теория поля является наиболее точной физической теорией, достигая относительной точности  $10^{-11}$ . Однако следует заметить, что общая теория относительности проверена в определенном смысле с точностью до  $10^{-14}$  (и эта точность, по-видимому, ограничена лишь точностью часов на Земле). Я говорю о двойном пульсаре Хул-

са — Тейлора PSR 1913 + 16, представляющем пару нейтронных звезд, вращающихся друг относительно друга, причем одна из них является пульсаром. ОТО предсказывает, что эта орбита будет постепенно сжиматься (а период укорачиваться) вследствие потерь энергии на излучение гравитационных волн. Это действительно наблюдается, и полное описание движения, включающее в себя ньютоновские орбиты на одном крае шкалы, учет поправок ОТО посередине, и учет ускорения вращения по орбите за счет излучения гравитационных волн на другом крае согласуется с предсказанием ОТО (которая, как я считаю, включает в себя ньютоновскую теорию) с отмеченной выше замечательной точностью при использовании данных за последние двадцать лет. Ученые, открывшие эту систему, заслуженно получили Нобелевскую премию за свою работу. Теоретики-специалисты по квантовой теории всегда заявляли, что точность их теории такова, что ОТО должна брать с нее пример, но сейчас я думаю, что пришла пора сказать то же самое про КТП.

Хотя все четыре теории достигли больших успехов, они все же не свободны от трудностей. В КТП каждый раз, когда мы пытаемся вычислить амплитуду для многосвязных фейнмановских диаграмм, мы получаем в ответе бесконечность. Эти бесконечности должны или вычитаться, или удаляться с помощью масштабных преобразований в результате перенормировки теории. ОТО предсказывает существование пространственно-временных сингулярностей. В КТ существует «проблема измерения» — я опишу ее позднее. Вполне может быть, что решение различных проблем в этих теориях связано с тем, что они неполны. Например, многие ожидают, что КТП каким-то образом сможет «размазать» сингулярности ОТО. Проблема расходимостей в КТП может быть частично решена ультрафиолетовым обрезанием за счет ОТО. Я убежден, что и проблема измерений, как и другие, в конце концов будет решена, когда ОТО и КТП удастся объединить в некую новую теорию.

Я хотел бы сейчас обсудить вопрос о потере информации в черных дырах, который как я считаю, имеет отношение к последнему утверждению. Я согласен почти со всем, что




 Рис. 4.2. Диаграмма Картера  
 коллапса черной дыры

 Рис. 4.3. Диаграмма Картера  
 для испаряющейся черной дыры

по этому поводу сказал Стивен. Но в то время, как Стивен воспринимает потерю информации в черной дыре как еще одну неопределенность в физике, выходящую за рамки неопределенности, присущей КТ, я рассматриваю ее как «дополнительную» неопределенность. Позвольте объяснить, что я понимаю под этим. Чтобы увидеть, как происходит потеря информации в пространстве-времени с черной дырой, можно построить диаграмму пространства-времени Картера (рис. 4.2). «Входящая» информация задана на нулевой бесконечности  $\mathcal{I}^-$  в прошлом, а «выходящая» информация — на нулевой бесконечности  $\mathcal{I}^+$  в будущем. Можно считать, что пропавшая информация теряется, когда она проходит через горизонт черной дыры, но я предпочитаю точку зрения, что потеря происходит в результате встречи с сингулярностью. Рассмотрим коллапс материального тела в черную дыру с последующим испарением черной дыры за счет излучения Хокинга. (Конечно, для того, чтобы это случилось, нужно подождать достаточно долгое время, возможно, большее, чем время жизни Вселенной!) Я согласен с точкой зрения Стивена, что при коллапсе и в процессе испарения информация теряется. Мы можем рассмотреть диаграмму Картера этого полного пространства (рис. 4.3).

Сингулярность внутри черной дыры является пространственноподобной и имеет большую вейлевскую кривизну, как

отмечено в моей предыдущей лекции (глава 2). Возможно, что в момент испарения черной дыры небольшая часть информации ускользает из оставшейся части сингулярности (которая, находясь в прошлом для будущего внешнего наблюдателя, будет иметь малую или нулевую вейлевскую кривизну), но эта крохотная добавка информации будет значительно меньше, чем информация, потерянная при коллапсе (под которым я понимаю любую разумную картину конечного исчезновения черной дыры). Если мысленно заключить эту систему в большой ящик, можно рассмотреть эволюцию фазового пространства материи внутри этого ящика. В области фазового пространства, соответствующего ситуациям, когда черная дыра присутствует, фазовые траектории, по которым эволюционирует система, будут сближаться, и отвечающие им объемы фазового пространства будут сокращаться. Это происходит благодаря потере информации в сингулярной черной дыре. Такое сокращение находится в прямом противоречии с известной теоремой классической механики, называемой *теоремой Лиувилля*, которая утверждает, что объем в фазовом пространстве остается неизменным. (Это классическая теорема. Строго говоря, мы должны были бы рассмотреть квантовую эволюцию в гильбертовом пространстве. Тогда нарушение теоремы Лиувилля будет соответствовать неунитарности эволюции.) Таким образом, пространство-время черной дыры нарушает этот закон сохранения. Однако в моем представлении эта потеря объема фазового пространства компенсируется процессом «спонтанного» квантового измерения, при котором информация добывается и объем фазового пространства увеличивается. Именно поэтому я воспринимаю неопределенность, возникающую благодаря потере информации в черной дыре, как «дополнительную» к неопределенности в квантовой теории; та и другая есть две стороны одной монеты (см. рис. 4.4).

Можно сказать, что сингулярности в прошлом содержат мало информации, а в будущем — много. Именно это лежит в основе второго начала термодинамики. Асимметрия этих сингулярностей также связана с асимметрией измерительного процесса. Поэтому обратимся к проблеме измерений в квантовой теории.

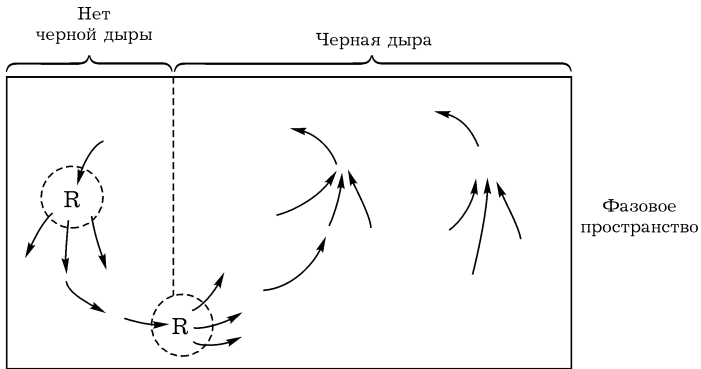


Рис. 4.4. В присутствии черной дыры происходит уменьшение объема фазового пространства. Этот процесс может быть сбалансирован увеличением объема фазового пространства за счет коллапса волновой функции  $\mathbf{R}$

Для иллюстрации принципов квантовой теории может быть использована установка с двумя щелями. Рассмотрим луч света, на пути которого поставлен непрозрачный барьер с двумя щелями  $A$  и  $B$ . После прохождения щелей на экране позади барьера возникает интерференционная картина из чередующихся ярких и темных полос. Отдельные фотоны попадают на экран в отдельных точках, но наличие интерференционных полос на экране показывает, что существуют точки, в которые фотоны не попадают. Пусть  $p$  — одна из таких точек. Тем не менее фотон *может* попасть в  $p$ , если закрыть какую-либо из щелей. Такая деструктивная интерференция, при которой альтернативные возможности могут иногда сокращаться, является одним из самых загадочных свойств квантовой механики. Мы объясняем это явление с помощью *принципа суперпозиции*, присущего квантовой теории. Пусть фотон может распространяться по путям  $A$  и  $B$  (соответствующие фотонные состояния обозначим  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$ ). Предположим, что это те же пути, по которым фотон достигает точки  $p$ , проходя либо через одну щель, либо через другую. Тогда принцип суперпозиции утверждает, что возможен и путь, описываемый комбинацией  $z|A\rangle + w|B\rangle$ , где  $z$  и  $w$  — комплексные числа.

Неправильно рассматривать  $w$  и  $z$  как какие бы то ни было *вероятности*, поскольку они являются *комплексными числами*. Таким образом, состояние фотона является комплексной суперпозицией. *Унитарная* эволюция квантовой системы (которую я буду называть **U**) сохраняет суперпозиции: если  $zA_0 + wB_0$  является суперпозицией в момент времени  $t = 0$ , тогда через время  $t$  она эволюционирует в состояние  $zA_t + wB_t$ , где  $A_t$  и  $B_t$  представляют отдельные результаты эволюции возможных альтернатив за время  $t$ . При измерении квантовой системы, когда происходит увеличение квантовых альтернатив, приводящее к различным классическим исходам, по-видимому, происходит другая «эволюция», называемая *редукцией* вектора состояния или «коллапсом волновой функции» (я буду обозначать ее как **R**). Вероятности появляются только тогда, когда система «измерена» в указанном смысле, причем вероятности двух событий относятся как  $|z|^2 : |w|^2$ .

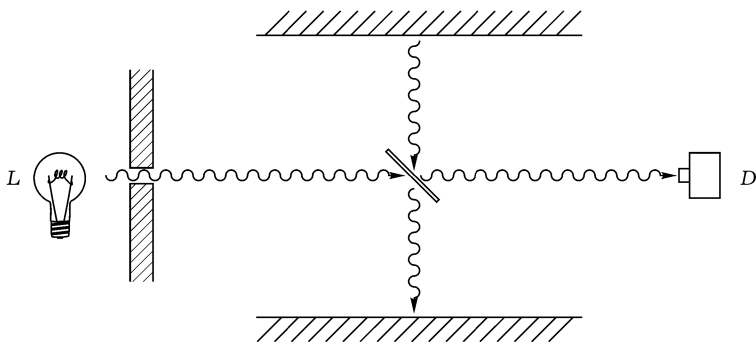


Рис. 4.5. Простой эксперимент, который иллюстрирует, что квантовые вероятности, свойственные **R**, не применимы при обращении направления времени

Процессы **U** и **R** совершенно различны. Процесс **U** детерминирован, линеен, локален (в конфигурационном пространстве) и симметричен во времени. Процесс **R** недетерминирован, бесспорно нелинеен, нелокален и асимметричен по времени. Эта разница между двумя фундаментальными процессами эволюции в КТ очень примечательна. Крайне маловероятно,

что  $\mathbf{R}$  может быть когда-либо сведено к  $\mathbf{U}$  (такие попытки часто делаются). В этом и состоит проблема «измерений».

В частности, процесс  $\mathbf{R}$  асимметричен по времени. Предположим, что луч света от источника фотонов  $L$  попадает на полупосеребрянное зеркало, наклоненное под углом  $45^\circ$ , позади которого находится детектор  $D$  (рис. 4.5).

Поскольку зеркало посеребрено только наполовину, существует суперпозиция отраженного и прошедшего состояний с равными весами. Это приводит к 50% вероятности того, что отдельный фотон будет зарегистрирован детектором, а не поглощен полом лаборатории. Эти 50% являются ответом на вопрос: «Если  $L$  испустит фотон, то какова вероятность того, что  $D$  его регистрирует?». Ответ на такого типа вопросы определяется правилом  $\mathbf{R}$ . Однако мы можем также спросить: «Если  $D$  зарегистрировал фотон, то какова вероятность того, что этот фотон был испущен  $L$ ?» Можно думать, что вероятности следует вычислять так же, как и ранее. Процесс  $\mathbf{U}$  симметричен по времени, не таков ли и процесс  $\mathbf{R}$ ? Однако примененное к прошлому (обращенное во времени) правило  $\mathbf{R}$  не дает правильных вероятностей. На самом деле, ответ на этот вопрос определяется совершенно иными соображениями, а именно, вторым началом термодинамики, примененным в данном случае к стенкам, так что асимметрия в конце концов определяется асимметрией Вселенной во времени.

Ааронов, Бергман и Либовиц (1964) показали, как провести измерительный процесс в предположении симметричности времени. По этой схеме временная асимметрия  $\mathbf{R}$  может появиться из-за асимметричных граничных условий в прошлом и будущем. Эти общие подходы были использованы также Гриффитсом (1984), Омнёсом (1992), Гелл-Манном и Хартлем (1990). Поскольку происхождение второго начала может быть связано с асимметрией структуры пространственно-временной сингулярности, этим подтверждается, что проблема измерений в КТ и проблема сингулярности в ОТО взаимосвязаны. Вспомним, что в последней лекции я предполагал, что начальная сингулярность имеет очень мало информации и равный нулю тензор Вейля, в то время как конечная сингулярность (или сингулярности, или бесконечность) несет большое

количество информации и имеет расходящийся тензор Вейля (в случае сингулярностей).

Чтобы прояснить мою собственную позицию относительно связи между КТ и ОТО, я хочу обсудить, что же мы понимаем под *квантовой реальностью*. Действительно ли вектор состояния «реален» или «реальна» матрица плотности? Матрица плотности отражает неполноту наших знаний о состояниях системы и содержит два типа вероятностей — классическую неопределенность и квантовую вероятность. Мы можем записать матрицу плотности как

$$D = \sum_{i=1}^N p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|,$$

где  $p_i$  — вероятности, вещественные числа, удовлетворяющие условию  $\sum p_i = 1$ , и каждое состояние  $|\psi_i\rangle$  нормировано на единицу. Тогда матрица плотности представляет собой взвешенную с учетом вероятностей смесь состояний. Здесь  $|\psi_i\rangle$  необязательно ортогональны, и  $N$  может быть больше, чем размерность гильбертова пространства. В качестве примера рассмотрим эксперимент типа Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР), в котором частица нулевого спина, покоясь в лаборатории, распадается на две частицы половинного спина. Эти две частицы улетают в противоположных направлениях и детектируются «там» и «здесь», причем «там» может быть сколь угодно удалено от «здесь», например, находится на Луне. Вектор состояния можно записать в виде

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |вверх\ здесь\rangle |вниз\ там\rangle - |вниз\ здесь\rangle |вверх\ там\rangle \}, \quad (4.1)$$

где  $|вверх\ здесь\rangle$  — состояние, при котором частица, зарегистрированная «здесь», имеет спин, направленный «вверх», и т. д. Предположим, что проекция спина на ось  $z$  была измерена на Луне, и мы ничего не знаем об результатах измерения. Тогда вектор состояния описывается матрицей плотности

$$D = \frac{1}{2} \{ |вверх\ здесь\rangle \langle вверх\ здесь| + |вниз\ здесь\rangle \langle вниз\ здесь| \}. \quad (4.2)$$

Альтернативно, на Луне может быть измерена проекция спина на ось  $x$ . Переписывая вектор состояния (4.1) как

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\text{влево здесь}\rangle|\text{вправо там}\rangle - |\text{вправо здесь}\rangle|\text{влево там}\rangle\},$$

получаем подходящую для этого случая матрицу плотности

$$D = \frac{1}{2}\{|\text{влево здесь}\rangle\langle\text{влево здесь}| + |\text{вправо здесь}\rangle\langle\text{вправо здесь}|\},$$

что фактически равно (4.2). Однако, в то время как вектор состояния описывает реальность, матрица плотности не говорит о том, что же происходит. Она дает результат измерения «здесь», не говоря о том, что же происходит «там». В частности, возможна ситуация, когда я получу письмо с Луны, информирующее меня о результатах экспериментов «там». Тогда, если я могу (в принципе) получить эту информацию, я могу описать полную (перепутанную) систему некоторым вектором состояния.

В общем случае существует много различных способов записать данную матрицу плотности как вероятностную смесь состояний. Более того, как следует из недавно доказанной теоремы Хьюстона, Джозы и Вутерса (1993), для любой матрицы плотности, описывающей прошлое в ЭПР системе «здесь», и при любой интерпретации этой матрицы плотности как вероятностной смеси состояний, всегда существует измерение «там», которое приводит в точности к данной конкретной интерпретации матрицы плотности «здесь» как смеси вероятностей.

С другой стороны, можно считать, что при наличии черной дыры матрица плотности описывает реальность, что, как я понимаю, ближе к точке зрения Стивена.

Джон Белл иногда называл стандартное описание процесса редукции вектора состояния как ДВПЦ, что является сокращением фразы: «для всех практических целей». В соответствии с этой стандартной процедурой мы можем записать общий вектор состояния как

$$|\psi_{tot}\rangle = w|\text{вверх здесь}\rangle|?\rangle + z|\text{вниз здесь}\rangle|?'\rangle,$$

где векторы  $|?\rangle$  описывают тела в окружающей среде вне области нашего измерения. Если в окружающей среде теряется информация, то лучшее, что можем иметь, — это матрица плотности:

$$D = |w|^2 |\text{вверх здесь}\rangle\langle\text{вверх здесь}| + |z|^2 |\text{вниз здесь}\rangle\langle\text{вниз здесь}|.$$

До тех пор, пока не может быть возвращена информация из окружающей среды, можно «с тем же успехом» (ДВПЦ) рассматривать это состояние как  $|\text{вверх здесь}\rangle$  и  $|\text{вниз здесь}\rangle$ , с вероятностями  $|w|^2$  и  $|z|^2$  соответственно.

Однако нам необходимо еще одно предположение, поскольку матрица плотности не говорит нам, из каких состояний она приготовлена. Чтобы объяснить этот вопрос, рассмотрим мысленный эксперимент Шредингера с котом. В нем описывается трудное положение кота в ящике. Пусть испускается фотон, который проходит через полупосеребряное зеркало. Прошедшая часть волновой функции фотона взаимодействует с детектором. Если фотон детектируется, то автоматически производится выстрел из пистолета, который убивает кота. Если фотон не детектируется, то кот остается жив и здоров. (Я знаю, что Стивен не одобряет издевательства над котом даже в мысленном эксперименте!) Волновая функция системы является суперпозицией этих двух возможностей:

$$w|\text{мертвый кот}\rangle |\text{выстрел}\rangle + z|\text{живой кот}\rangle |\text{нет выстрела}\rangle,$$

где  $|\text{выстрел}\rangle$  и  $|\text{нет выстрела}\rangle$  относятся к состояниям окружающей среды.

В рамках интерпретации квантовой механики на языке многих миров это означает (если игнорировать окружение), что

$$\begin{aligned} w|\text{мертвый кот}\rangle |\text{знаем, что кот мертв}\rangle + \\ + z|\text{живой кот}\rangle |\text{знаем, что кот жив}\rangle, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где  $|\text{знаем, что ...}\rangle$  относится к точке зрения экспериментатора.

Но почему мы не способны воспринимать макроскопические *суперпозиции* состояний, таких как эти, а не только макроскопические *альтернативы* «кот мертв» и «кот жив»? Например, в случае  $w = z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , можно переписать состояние (4.3)



как суперпозицию

$$\begin{aligned} & \{(|\text{мертвый кот}\rangle + |\text{живой кот}\rangle)\} \times \\ & \times (|\text{знаем, что кот мертв}\rangle + |\text{знаем, что кот жив}\rangle) + \\ & + (|\text{мертвый кот}\rangle - |\text{живой кот}\rangle) \times \\ & \times (|\text{знаем, что кот мертв}\rangle - |\text{знаем, что кот жив}\rangle)\} / 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

так что до тех пор, пока у нас нет оснований исключить «воспринимаемые состояния» типа  $(|\text{знаем, что кот мертв}\rangle + |\text{знаем, что кот жив}\rangle) / \sqrt{2}$ , мы не становимся ближе к решению, чем были до этого.

Применяя те же рассуждения к окружающей среде, можно снова (для примера опять  $w = z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ) написать матрицу плотности как суперпозицию

$$\begin{aligned} D = & \frac{1}{4} (|\text{мертвый кот}\rangle + |\text{живой кот}\rangle)(\langle\text{мертвый кот}| + \langle\text{живой кот}|) + \\ & + \frac{1}{4} (|\text{мертвый кот}\rangle - |\text{живой кот}\rangle)(\langle\text{мертвый кот}| - \langle\text{живой кот}|), \end{aligned}$$

которая говорит нам, что с точки зрения «декогерентности окружающей среды» нельзя объяснить тот факт, что кот либо просто жив, либо просто мертв.

Я не хочу дальше заниматься обсуждением вопросов сознания или декогерентности. По моему мнению, ответ на проблемы измерений следует искать в другом месте. Я высказываю гипотезу, что при учете эффектов ОТО возникают проблемы с суперпозицией альтернативных пространственно-временных геометрий. Возможно, что суперпозиция двух различных геометрий *нестабильна* и распадается в *одну* из двух альтернатив. Для примера, могут быть геометрии пространства-времени живого или мертвого кота. Я называю такой распад на одну *или* другую альтернативу объективной редукцией, потому что такое название дает хорошее сокращение<sup>1</sup>. Как со всем этим связана длина Планка ( $10^{-33}$  см)? Естественный критерий определения того, когда эти две геометрии являются действительно разными мирами, зависит от

<sup>1</sup>Здесь игра слов: по-английски objective reduction имеет сокращение «OR», т. е. «ИЛИ». — *Прим. перев.*

планковского масштаба, и это фиксирует тот временной масштаб, на котором происходит редукция в различные альтернативы.

Дадим коту выходной и снова рассмотрим проблему с полупрозрачным зеркалом, считая в этот раз, что детектирование фотона приводит к срабатыванию устройства, передвигающего тело большой массы с одного места на другое (рис. 4.6).

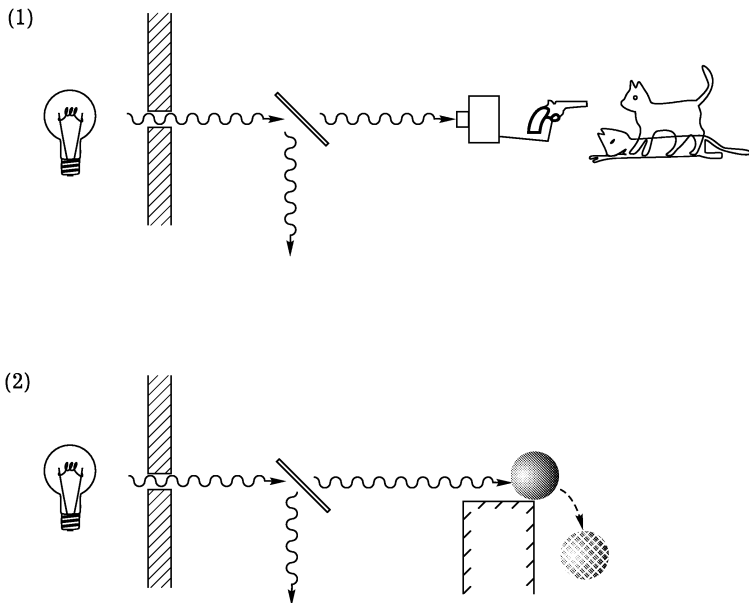


Рис. 4.6. Шредингеровский кот (1) и более гуманистическая реализация того же эксперимента (2)

Мы можем избежать проблем, связанных с редукцией состояния в детекторе, если просто поместим некоторую массу на отвесный край так, что фотон, ударив о нее, мог бы ее столкнуть! Какая масса необходима для того, чтобы суперпозиция двух альтернатив стала нестабильной?

Гравитация может дать ответ на этот вопрос в том духе, как я уже предлагал здесь (см. Пенроуз 1993, 1994; также Диози 1989, Жирарди, Грацци и Римини 1990). Чтобы вычислить

время распада (в данном случае разлета масс), в соответствии с предложенной схемой, рассмотрим энергию  $E$ , которую нужно потратить на то, чтобы удалить кусок этой массы, перемещая ее в гравитационном поле другой массы на такое расстояние, чтобы их местоположение обеспечило рассматриваемую суперпозицию масс. Я предполагаю, что временной масштаб коллапса вектора состояния такой суперпозиции имеет порядок

$$T \sim \frac{\hbar}{E}. \quad (4.4)$$

Для нуклонов это составляет около  $10^8$  лет, так что такая нестабильность не может наблюдаться в существующих экспериментах. Однако для капельки воды размером  $10^{-5}$  см коллапс будет занимать около 2 часов. Если капелька имеет размер  $10^{-4}$  см, коллапс займет  $\frac{1}{10}$  с, а при размере  $10^{-3}$  см — только  $10^{-6}$  с. Это верно, когда тело изолировано от окружающей среды, но распад можно ускорить за счет движения окружающих масс. Подобные схемы решения проблемы измерений в рамках КТ неизменно приводят к проблемам, связанным с сохранением энергии и локальностью. Но в ОТО существует изначально присущая этой теории неопределенность энергии гравитации, что, в частности, связано с тем вкладом, который она может добавить в суперпозицию состояний. В ОТО энергия гравитации нелокальна: гравитационная потенциальная энергия дает (отрицательный) нелокальный вклад в полную энергию, и гравитационные волны могут уносить от системы (положительную) нелокальную энергию. При определенных обстоятельствах даже плоское пространство-время может давать вклад в полную энергию. Неопределенность энергии в суперпозиции состояний положений двух масс, как рассмотрено выше, согласуется (в соответствии с неопределенностью Гейзенберга) со временем распада (4.4).

## Вопросы и ответы

*Вопрос:* Профессор Хокинг отметил, что гравитационное поле в некотором смысле отличается от других полей. Что вы думаете по этому поводу?

*Ответ:* Гравитационное поле действительно является особым. Иногда кажется, что существует какая-то ирония судьбы в истории изучения этого объекта: физика Ньютона началась именно с теории гравитации, и эта теория представляла собой образец для всех других физических взаимодействий. Но сейчас мы вернулись к тому, что гравитация действительно отличается от всех других взаимодействий. Гравитация является единственным взаимодействием, которое влияет на причинность, что приводит к глубоким последствиям в отношении черных дыр и потери информации.

## ГЛАВА 5

# Квантовая космология

*Стивен Хокинг*

В третьей лекции я обращаюсь к космологии. Космология долго рассматривалась как псевдонаука и как прибежище для физиков, которые в молодости могли выполнять какие-то полезные работы, но к старости впадали в мистику. Для этого были две причины. Во-первых — это почти полное отсутствие соответствующих наблюдений. Действительно, единственным существенным космологическим наблюдением до 20-х годов являлось то, что небо по ночам бывает темным. Но люди не понимали всей важности этого наблюдения. Однако в последние годы размах и качество космологических наблюдений чрезвычайно возросли благодаря современным технологическим достижениям. Таким образом, то возражение, что космология не является наукой, поскольку не имеет под собой наблюдательной основы, более не существует.

Однако есть второе более серьезное возражение. Космология не может что-либо предсказать о судьбе Вселенной до тех пор, пока не сделаны какие-либо предположения относительно начальных условий. Не сделав таких предположений, можно сказать лишь то, что все сейчас является таким, каким есть по той причине, что в ранней Вселенной все было таким, каким оно было. Многие все еще убеждены в том, что наука должна рассматривать лишь локальные законы, определяющие эволюцию Вселенной во времени. Они воспринимают вопрос о граничных условиях для Вселенной, определяющих ее начало, скорее как вопрос метафизики или религии, но никак не науки.

Ситуация стала еще хуже после того, как мы с Роджером доказали ряд теорем. Они показали, что из принципов общей теории относительности вытекает, что в нашем прошлом

должна была существовать сингулярность. Вблизи этой сингулярности нельзя определить полевые уравнения. В результате классическая общая теория относительности сама приводит к собственной гибели: она предсказывает, что не может предсказать Вселенную. Хотя многие люди приветствовали такой вывод, меня он всегда глубоко тревожил. Если законы физики могут нарушаться при зарождении Вселенной, почему они не могут нарушаться еще где-то? В квантовой теории есть принцип, который говорит, что может произойти все что угодно, если только это не абсолютно запрещено. Если допускается, что сингулярные истории в прошлом могут давать вклад в интеграл по путям, они могут проявиться где-нибудь еще, и предсказательность теории полностью теряется. Если законы физики нарушаются в сингулярностях, они могут нарушаться в любом другом месте.

Только в одном случае можно получить последовательную научную теорию — тогда, когда законы физики справедливы всегда, включая начало Вселенной. Можно воспринимать это как триумф принципа демократии. Почему законы природы для начальной Вселенной должны отличаться от законов природы, действующих в других точках? Если все точки эквивалентны, то среди них не может быть более эквивалентных, чем остальные.

Чтобы удовлетворить требованию, что все законы физики выполняются везде, следует брать интеграл по путям только по несингулярным метрикам. Известно, что в случае обычных интегралов по путям их мера сконцентрирована на недифференцируемых путях. Но в некоторой подходящей топологии они являются замыканием множества гладких путей с хорошо определенным действием. Аналогично, можно ожидать, что интеграл по путям для квантовой гравитации будет представлять собой замыкание пространства гладких метрик. Единственно, что не может включать в себя в этом случае интеграл по путям — это метрик с сингулярностями, для которых не определено действие.

В случае черных дыр мы видели, что интеграл по путям должен браться по евклидовым, т. е. положительно определенным метрикам. Это означает, что сингулярности черных дыр,

подобные решению Шварцшильда, не появляются в евклидовых метриках, которые не продолжаются внутрь горизонта. Действительно, горизонт в этом случае становится подобен началу полярной системы координат. Следовательно, действие для евклидовой метрики хорошо определено. Можно воспринимать это как квантовую версию космической цензуры: нарушение структуры в сингулярности не должно влиять на любое физическое измерение.

Следовательно, может показаться, что интеграл по путям в квантовой гравитации должен браться только по несингулярным евклидовым метрикам. Но каковы должны быть граничные условия для этих метрик? Существуют два и только два естественных выбора. Первый — это метрики, которые стремятся к плоской евклидовой метрике вне компактного множества. Вторая возможность соответствует метрикам на многообразиях, которые компактны и не имеют границ.

**Два естественных выбора для интеграла по путям в квантовой гравитации**

1. Асимптотически евклидовы метрики.
2. Компактные метрики без границ.

Первый класс асимптотически евклидовых метрик, очевидно, подходит для расчетов процессов рассеяния (рис. 5.1). В них можно рассматривать частицы, приходящие из бесконечности и снова уходящие на бесконечность. Все измерения проводятся на бесконечности, где имеется плоская фоновая метрика, и можно обычным образом интерпретировать малые флуктуации полей как частицы. При этом не стоит спрашивать, что же происходит в области взаимодействия посередине. Именно поэтому в интеграл по путям входят все возможные истории в области взаимодействия, а тем самым и все асимптотически евклидовы метрики.

Однако в космологии представляют интерес измерения, которые выполняются не на бесконечности, а в конечной области. Мы находимся внутри Вселенной, а не смотрим на нее снаружи. Чтобы увидеть, в чем здесь разница, сначала предпо-

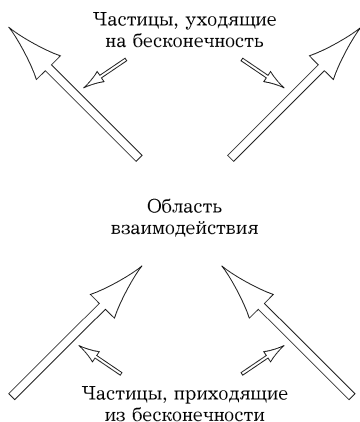


Рис. 5.1. При расчетах рассеяния мы измеряем характеристики частиц, приходящих и уходящих на бесконечность. Таким образом мы хотим изучать асимптотически евклидовы метрики

ложим, что интеграл по путям в космологии берется по всем асимптотически евклидовым метрикам. Тогда в вероятности измерений в конечной области будут вноситься два вклада. Первый получается от связных асимптотически евклидовых метрик, второй — от несвязных метрик, которые состоят из компактного пространства-времени, содержащего область измерений, и отдельной асимптотически евклидовой метрики (рис. 5.2). Такие несвязные метрики не могут быть исключены из интеграла по путям по той причине, что их можно приближенно заменить на связные метрики, в которых различные компоненты соединены вместе тонкими трубками или воронками, дающими пренебрежимо малый вклад в действие.

Несвязные компактные области пространства-времени не могут влиять на вычисление результатов рассеяния, поскольку они не связаны с бесконечностью, где производятся все измерения. Но они будут влиять на космологические измерения, которые производятся в конечной области. Действительно, вклад от таких несвязных метрик будет доминировать над вкладом от связных асимптотически евклидовых метрик. Поэтому, даже если рассматривать интеграл по путям в космологии по всем асимптотически евклидовым метрикам, эффект



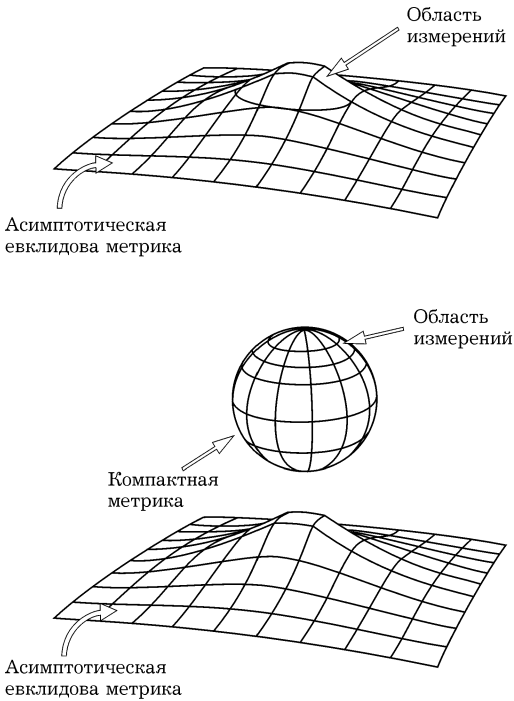


Рис. 5.2. Космологические измерения выполняются в конечной области, так что мы можем рассмотреть два типа асимптотически евклидовых метрик: связные (сверху) и несвязные (снизу)

будет почти такой же, как если бы интеграл по путям вычислялся по всем компактным метрикам. Следовательно, кажется более естественным брать интеграл по путям в космологии по всем компактным метрикам без границ, как это было предложено Джимом Хартлем и мной в 1983 г. (Хартль и Хокинг, 1983).

**Предположение об отсутствии границ  
(Хартль и Хокинг).**

Интеграл по путям в квантовой гравитации должен браться по всем компактным евклидовым метрикам.

Можно перефразировать это утверждение так:

«Граничное условие для Вселенной состоит в том, что у нее нет границ».

В оставшейся части этой лекции я покажу, что это предположение об отсутствии границ у Вселенной учитывает существование той Вселенной, в которой мы живем, т.е. изотропность и однородность расширяющейся Вселенной с малыми возмущениями метрики. Мы можем наблюдать спектр и статистику этих возмущений, измеряя флуктуации микроволнового фона излучения. Эти результаты пока что согласуются с предсказаниями, полученными на основе предположения об отсутствии границ. Если бы удалось распространить наблюдения микроволнового фона на область меньших угловых масштабов, это стало бы реальной проверкой как этого предположения, так и всей программы евклидовой квантовой гравитации.

Чтобы получить предсказание, используя предположение об отсутствии границ, полезно ввести понятие, которое может описывать состояние Вселенной в данный момент времени. Рассмотрим вероятность того, что пространственно-временное многообразие  $M$  содержит вложенное трехмерное многообразие  $\Sigma$  с индуцированной метрикой  $h_{ij}$ . Эта вероятность дается интегралом по путям по всем метрикам  $g_{ab}$  на  $M$ , которые индуцируют  $h_{ij}$  на  $\Sigma$ .

$$\text{Вероятность появления индуцированной метрики } h_{ij} \text{ на } \Sigma = \int_{\substack{\text{по метрикам на } M, \\ \text{которые индуцируют } h_{ij} \text{ на } \Sigma}} d[g] e^{-I}.$$

Если предположить, что  $M$  односвязно, поверхность  $\Sigma$  будет делить  $M$  на две части  $M^+$  и  $M^-$  (рис. 5.3). В этом случае вероятность того, что  $\Sigma$  имеет метрику  $h_{ij}$ , можно факторизовать, представив в виде произведения двух волновых функций  $\Psi^+$  и  $\Psi^-$ . Они даются интегралами по путям по всем метрикам на  $M^+$  и  $M^-$  соответственно, которые индуцируют данную 3-метрику  $h_{ij}$  на  $\Sigma$ .

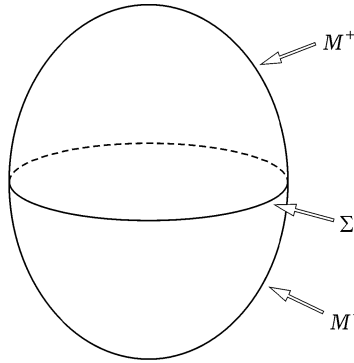


Рис. 5.3. Поверхность  $\Sigma$  делит компактное односвязное многообразие  $M$  на две части  $M^+$  и  $M^-$

Вероятность  $h_{ij} = \Psi^+(h_{ij}) \times \Psi^-(h_{ij})$ , где

$$\Psi^+(h_{ij}) = \int_{\text{по метрикам на } M^+, \text{ которые индуцируют } h_{ij} \text{ на } \Sigma} d[g] e^{-I}.$$

В большинстве случаев две волновые функции равны, и я буду опускать индексы (+) и (-). Функция  $\Psi$  называется волновой функцией Вселенной. Если существуют поля материи  $\varphi$ , волновая функция будет также зависеть от их значения  $\varphi_0$  на  $\Sigma$ . Но она не будет явно зависеть от времени, потому что в замкнутой Вселенной не существует выделенной временной координаты. Предположение об отсутствии границ приводит к тому, что волновая функция Вселенной выражается интегралом по путям по полям на компактном многообразии  $M^+$ , единственной границей которого является  $\Sigma$  (рис. 5.4). Интеграл по путям берется по всем метрикам и полям материи на  $M^+$ , которые согласуются с метрикой  $h_{ij}$  и полями материи  $\varphi_0$  на  $\Sigma$ .

Положение поверхности  $\Sigma$  можно описать с помощью функции  $\tau$  от трех координат  $x_i$  на  $\Sigma$ . Но волновая функция, определенная интегралом по путям, не может зависеть от  $\tau$  или от выбора координат  $x_i$ . Отсюда вытекает, что волновая

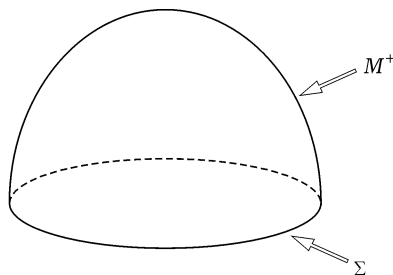


Рис. 5.4. Волновая функция выражается с помощью интеграла по путям по  $M^+$

функция должна удовлетворять четырем дифференциальным уравнениям. Три из этих уравнений называются *условиями на импульс*.

**Уравнения, являющиеся условиями на импульс**

$$\left( \frac{\partial \Psi}{\partial h_{ij}} \right)_{;j} = 0.$$

Они выражают тот факт, что волновая функция должна быть одной и той же для различных 3-метрик  $h_{ij}$ , которые могут быть получены одна из другой с помощью преобразований координат  $x_i$ . Четвертое уравнение называется *уравнением Уилера – де Витта*.

**Уравнение Уилера – де Витта**

$$\left( G_{ijkl} \frac{\partial^2}{\partial h_{ij} \partial h_{kl}} - h^{\frac{1}{2}} {}^3R \right) \psi = 0.$$

Оно соответствует независимости волновой функции от  $\tau$ . Можно воспринимать его как уравнение Шредингера для Вселенной. Но здесь отсутствует производная по времени, поскольку волновая функция не зависит от времени явно.

Чтобы оценить волновую функцию Вселенной, можно, как и в случае черных дыр, использовать для вычисления интеграла по путям метод седловой точки. Находим евклидову метрику  $g_0$  на многообразии  $M^+$ , которая удовлетворяет уравнениям поля и индуцирует метрику  $h_{ij}$  на границе  $\Sigma$ . Тогда действие может быть разложено в степенной ряд вокруг фоновой метрики  $g_0$ .

$$I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2} \delta g I_2 \delta g + \dots$$

Как и раньше, линейные по возмущениям слагаемые исчезают в силу уравнений движения. Квадратичные слагаемые можно рассматривать как вклад в действие от гравитонов на фоне невозмущенной метрики, а члены более высокого порядка — как взаимодействие гравитонов. Если радиус кривизны фонового пространства велик по сравнению с длиной Планка, этим взаимодействием можно пренебречь. Следовательно,

$$\psi \approx \frac{1}{(\det I_2)^{1/2}} e^{-I[g_0]}.$$

Простой пример позволяет понять, на что похожа эта волновая функция. Рассмотрим ситуацию, когда нет полей материи, но существует положительная космологическая константа  $\Lambda$ . Выберем в качестве поверхности  $\Sigma$  3-сферу, а в качестве метрики  $h_{ij}$  — соответствующую метрику 3-сферы радиусом  $a$ . Тогда многообразие  $M^+$ , ограниченное  $\Sigma$ , может быть выбрано как 4-шар. Метрика, которая удовлетворяет уравнениям поля, является частью 4-сферы радиусом  $\frac{1}{H}$ , где  $H^2 = \frac{\Lambda}{3}$ . Тогда действие:

$$I = \frac{1}{16\pi} \int (R - 2\Lambda)(-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi} \int K(\pm h)^{\frac{1}{2}} d^3x.$$

Для 3-сферы  $\Sigma$  радиусом меньше, чем  $\frac{1}{H}$ , существуют два возможных евклидовых решения:  $M^+$  может быть либо меньше, чем полусфера, либо больше (рис. 5.5). Однако существуют аргументы, показывающие, что нужно выбирать решение, в котором  $M^+$  меньше, чем полусфера.

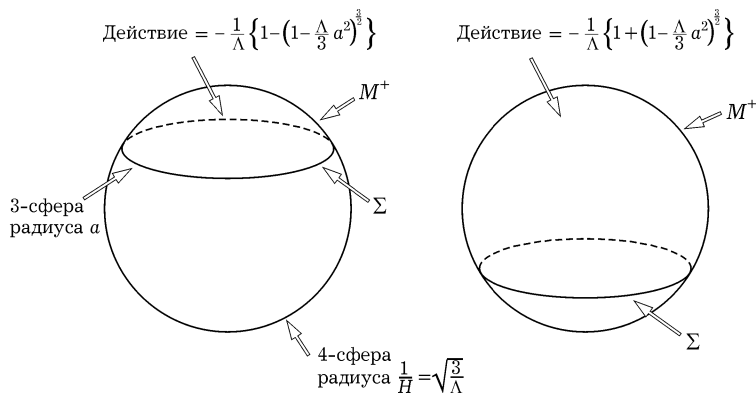
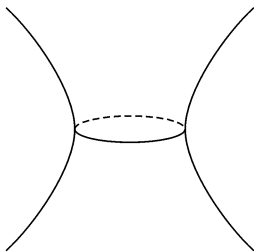


Рис. 5.5. Два возможных евклидовых решения  $M^+$  с границей  $\Sigma$  и соответствующие им действия

Следующий рисунок (рис. 5.6) показывает вклад в волновую функцию от действия для метрики  $g_0$ . Когда радиус  $\Sigma$  меньше, чем  $\frac{1}{H}$ , волновая функция экспоненциально растет как  $e^{a^2}$ . Однако, когда  $a$  больше, чем  $\frac{1}{H}$ , можно аналитически продолжить результат на меньшие  $a$  и получить быстро осциллирующую волновую функцию.

**Рамка 5.А. Метрика Лоренца–де Ситтера**

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{H^2} \operatorname{ch} Ht (dr^2 + \sin^2 r (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2))$$



Можно интерпретировать эту волновую функцию следующим образом. Решением уравнений Эйнштейна в реальном времени с учетом  $\Lambda$ -члена и с максимальной симметрией

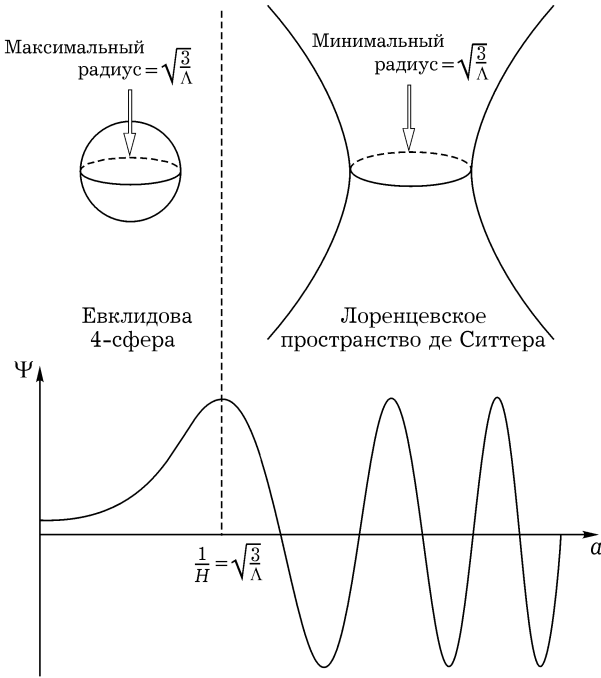
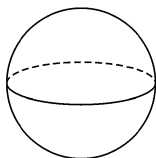


Рис. 5.6. Волновая функция как функция радиуса пространства  $\Sigma$  является пространство де Ситтера. Оно может быть вложено как гиперboloид в пятимерное пространство Минковского (см. рамку 5.А). Можно представлять его как замкнутую Вселенную, которая сначала сжимается от бесконечности до некоторого минимального радиуса, а затем вновь экспоненциально расширяется. Метрика может быть записана в виде фридмановской Вселенной с масштабным множителем  $\text{ch}(Ht)$ . Замена  $\tau = it$  превращает  $\text{ch}$  в обычный  $\cos$ , что дает евклидову метрику на 4-сфере радиусом  $\frac{1}{H}$  (см. рамку 5.Б). Так мы приходим к мысли, что волновая функция, которая меняется экспоненциально с 3-метрикой  $h_{ij}$ , соответствует евклидовой метрике в мнимом времени. С другой стороны, быстро осциллирующая волновая функция соответствует лоренцевской метрике в реальном времени.

**Рамка 5.Б. Евклидова метрика**

$$ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{H^2} \cos H\tau (dr^2 + \sin^2 r (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2))$$



Как и в случае рождения пар черных дыр, можно описать спонтанное рождение экспоненциально расширяющейся Вселенной. Соединим нижнюю половину евклидовой 4-сферы с верхней половиной лоренцевского гиперболоида (рис. 5.7). В противоположность рождению пары черных дыр, здесь нельзя сказать, что вселенная де Ситтера была создана из энергии поля в существовавшем до этого пространстве. Действительно, она в буквальном смысле слова родилась из ничего — не из вакуума, но абсолютно из ничего, потому что вне Вселенной ничего не существует. В евклидовом режиме вселенная де Ситтера является замкнутым пространством, подобно поверхности Земли, но с вдвое большим количеством размерностей. Если космологическая постоянная мала по сравнению с планковским значением, кривизна евклидовой 4-сферы будет малой. Это означает, что приближение седловой точки для интеграла по путям будет хорошим, и на вычисление волновой функции Вселенной не будет влиять то, что мы игнорируем все происходящее при больших кривизнах.

Можно также решить уравнение поля для граничных метрик, которые не являются точными метриками сферы. Если радиус сферы меньше, чем  $\frac{1}{H}$ , решением является действительная евклидова метрика. Действие будет действительным, и волновая функция будет экспоненциально затухать по сравнению с 3-сферой того же объема. Если радиус 3-сферы больше, чем этот критический радиус, возникнут два комплексно-со-



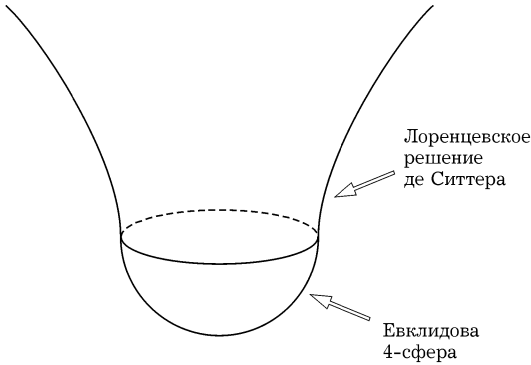


Рис. 5.7. Туннелирование, которое приводит к расширяющейся Вселенной, описывается объединением половины евклидова решения с половиной лоренцевского решения

пряженных решения, и волновая функция будет быстро осциллировать при малых изменениях  $h_{ij}$ .

Любое измерение, сделанное в космологии, может быть сформулировано в терминах волновой функции. Поэтому предположение об отсутствии границ превращает космологию в науку, поскольку позволяет предсказывать результат любого эксперимента. Случай, который мы рассматривали, включал только космологическую константу и не учитывал наличие полей материи, что не соответствует той Вселенной, в которой мы живем. Тем не менее, это полезный пример, поскольку, во-первых, это простая модель, которую можно явно решить, и, во-вторых, поскольку такая ситуация, по-видимому, соответствует ранним стадиям эволюции Вселенной.

Хотя это и не совсем очевидно из волновой функции, но термодинамические свойства вселенной де Ситтера подобны черным дырам. Это можно увидеть, если записать метрику де Ситтера не в виде, аналогичном решению Шварцшильда, а в статическом виде (см. рамку 5.В). Здесь имеется кажущаяся сингулярность при  $r = \frac{1}{H}$ . Однако, как и в решении Шварцшильда, ее можно удалить с помощью координатных преобразований и она соответствует горизонту событий. Это можно увидеть на диаграмме Картера–Пенроуза, имеющей форму

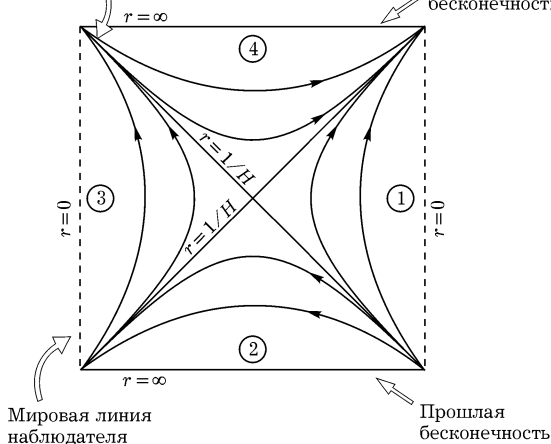
квадрата. Пунктирная вертикальная линии слева представляет центр сферической симметрии, где радиус  $r$  2-сферы стремится к нулю. Другой центр сферической симметрии представлен пунктирной линией справа. Горизонтальные линии сверху и снизу представляют бесконечности прошлого и будущего, которые в этом случае пространственноподобны. Диагональная линия от левого верхнего до правого нижнего является границей прошлого для наблюдателя, находящегося в левом центре симметрии. Поэтому диагональ можно считать его горизонтом событий. Однако наблюдатель, мировые линии которого заканчиваются в других местах бесконечности будущего, будут иметь другой горизонт событий. Поэтому горизонты событий в пространстве де Ситтера являются персональным делом наблюдателей.

#### Рамка 5.В. Статическая форма метрики де Ситтера

$$ds^2 = -(1 - H^2 r^2) dt^2 + (1 - H^2 r^2)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

Линия горизонта наблюдателя

Будущая бесконечность



Если вернуться к статическому виду метрики де Ситтера и положить  $\tau = it$ , получим евклидову метрику. На горизонте существует кажущаяся сингулярность, однако, определяя

новую радиальную координату и идентифицируя  $\tau$  с периодом  $\frac{2\pi}{H}$ , можно получить регулярную евклидову метрику, которая является просто 4-сферой. Поскольку координата мнимого времени периодична, пространство де Ситтера и все квантовые поля в нем будут вести себя так, как если бы они находились при температуре  $\frac{\pi}{H^2}$ . Как мы увидим, наличие этой температуры можно наблюдать по флуктуациям микроволнового излучения. Рассуждения, аналогичные проведенным для случая черных дыр, применимы и к действию для решения Евклида – де Ситтера. Можно показать, что оно обладает внутренней энтропией  $\frac{\pi}{H^2}$ , что равно  $\frac{1}{4}$  площади горизонта событий. Таким образом, энтропия опять появляется по топологическим причинам: эйлерова характеристика 4-сферы равна двум. Это означает, что в пространстве Евклида – де Ситтера не может существовать глобальной временной координаты. Космологическую энтропию можно интерпретировать как отражение недостатка знаний наблюдателя о Вселенной вне его горизонта событий.

Евклидова метрика периодична с периодом  $\frac{2\pi}{H}$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Температура} = \frac{H}{2\pi} \\ \text{Площадь горизонта событий} = \frac{4\pi}{H^2} \\ \text{Энтропия} = \frac{\pi}{H^2} \end{array} \right.$$

Пространство де Ситтера все-таки является плохой моделью Вселенной, в которой мы живем, потому что оно пусто и экспоненциально расширяется. В нашей Вселенной мы наблюдаем материю, а из излучений микроволнового фона и распространности легких элементов можем заключить, что Вселенная в прошлом была значительно горячее и плотнее. Простейшая схема, которая согласуется с наблюдениями, носит название модели «горячего Большого взрыва» (рис. 5.8). По этому сценарию Вселенная началась с сингулярности, заполненной излучением при бесконечной температуре. По мере расширения излучение остывало и плотность его энергии пада-

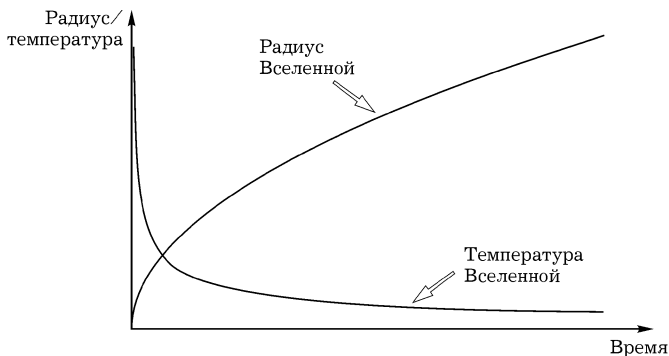


Рис. 5.8. Радиус и температура Вселенной как функция времени в модели горячего Большого взрыва

ла. В конце концов плотность энергии излучения стала меньше, чем плотность нерелятивистского вещества, и расширение стало определяться веществом. Однако мы можем наблюдать остатки излучения в виде фона микроволнового излучения при температуре, на 3 К выше абсолютного нуля.

Недостаток модели горячего Большого взрыва — тот же, что и у всей космологии, не имеющей теории начальных условий: модель не имеет предсказательной силы. Поскольку в сингулярности нарушается общая теория относительности, из Большого взрыва может появиться что угодно. Так почему же Вселенная так однородна и изотропна в больших масштабах и в то же время имеет локальные неоднородности вроде звезд и галактик? И почему она так близка к состоянию, разделяющему обратный коллапс и бесконечное расширение? Чтобы находиться так близко к этому состоянию, как мы сейчас, скорость расширения в ранние моменты должна быть подобрана с фантастической точностью. Если бы скорость расширения через 1 с после Большого взрыва была меньше всего на одну часть из  $10^{10}$ , то Вселенная снова сколлапсировалась бы через несколько миллионов лет. Если бы скорость расширения была больше на одну часть из  $10^{10}$ , то Вселенная через несколько миллионов лет была бы просто пуста. В любом случае, у нее не оставались бы времени, достаточного для развития жизни. Тогда либо приходится обращаться к антропному принципу,

либо искать физические объяснения того, почему Вселенная такая, какой мы ее видим.

Горячая модель Большого взрыва не может объяснить, почему:

1. Вселенная почти однородна и изотропна, но имеет малые возмущения плотности.
2. Вселенная расширяется со скоростью, почти точно совпадающей с критической, скоростью, позволяющей избежать обратного коллапсирования.

Некоторые ученые считают, что так называемая *инфляция* избавляет от необходимости построения теории начальных условий. Идея состоит в том, что Вселенная может начаться с Большого взрыва в почти любом состоянии. В тех частях Вселенной, где были подходящие условия, существовал период экспоненциального расширения, который и называется инфляцией. Инфляция не только может увеличить размер этой области на чудовищный множитель порядка  $10^{30}$  и более, но она также может сохранить однородность и изотропию этой области, которая, чтобы избежать повторного коллапса, расширяется точно с критической скоростью. Утверждается, что разумная жизнь может возникнуть только в тех областях, где происходила инфляция. Следовательно, мы не должны особенно удивляться тому, что наша область однородна и изотропна, и расширяется именно с критической скоростью.

Однако сама по себе инфляция не может объяснить сегодняшнего состояния Вселенной. Это можно увидеть, выбрав произвольное состояние для Вселенной сейчас и обратив эволюцию во времени. Если считать, что Вселенная заполнена достаточным количеством материи, то в силу теорем о сингулярностях должна была существовать сингулярность в прошлом. Можно считать, что начальные условия для Вселенной в момент Большого взрыва совпадают с начальными условиями для такой модели. Таким образом, можно показать, что произвольные начальные условия в момент Большого взрыва могут привести к любому состоянию в настоящий момент времени. Однако мы не можем утверждать, что большинство

начальных состояний приводят к состоянию, которое сегодня наблюдается: естественная мера обоих типов начальных условий, как тех, которые приводят к Вселенной, подобной нашей, так и тех, которые не приводят, равна бесконечности. Поэтому мы не можем утверждать, что одна мера больше другой.

С другой стороны, мы видели, что в случае гравитации с космологической постоянной и при отсутствии полей материи условие отсутствия граничных условий может привести к Вселенной, которая является предсказуемой в рамках квантовой теории. К сожалению, эта частная модель не описывает Вселенную, в которой мы живем, которая заполнена материей и в которой космологическая постоянная равна нулю или очень мала. Однако можно получить более реалистическую модель, опустив космологическую постоянную и включив поля материи. В частности, похоже, что нужно иметь во Вселенной скалярное поле  $\varphi$  с потенциалом  $V(\varphi)$ . Я буду предполагать, что  $V$  имеет минимальное значение, равное нулю при  $\varphi = 0$ . Простым примером является потенциал массивного скалярного поля  $V = \frac{1}{2}m^2\varphi^2$  (рис. 5.9).

### Тензор энергии-импульса скалярного поля

$$T_{ab} = \varphi_{,a}\varphi_{,b} - \frac{1}{2}g_{ab}\varphi_{,c}\varphi^{,c} - g_{ab}V(\varphi).$$

Из тензора энергии-импульса нетрудно видеть, что если градиент  $\varphi$  мал, то  $V(\varphi)$  эффективно эквивалентен космологической постоянной.

Волновая функция будет зависеть теперь от значения  $\varphi_0$  поля  $\varphi$  на  $\Sigma$ , а также от индуцированной метрики  $h_{ij}$ . Можно решить уравнение поля для малых сферических метрик 3-сферы и больших значениях  $\varphi_0$ . Решение с такой границей является приближенно частью 4-сферы с постоянным полем  $\varphi$ . Ситуация подобна случаю де Ситтера с потенциалом  $V(\varphi_0)$ , играющим роль космологической постоянной. Аналогично, если радиус  $a$  3-сферы чуть больше, чем радиус евклидовой 4-сферы, существуют два комплексно-сопряженных решения. Они будут подобны половине евклидовой 4-сферы, соединенной с ре-

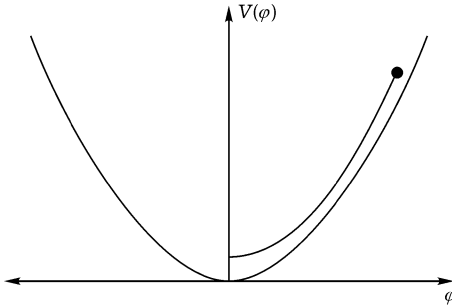


Рис. 5.9. Потенциал массивного скалярного поля

шением Лоренца – де Ситтера при наличии почти постоянного поля  $\varphi$ . Следовательно, предположение об отсутствии границ предсказывает спонтанное рождение экспоненциально расширяющейся Вселенной, как в случае де Ситтера.

Рассмотрим эволюцию такой модели. В противоположность случаю де Ситтера, она не будет экспоненциально расширяться бесконечно долго. Скалярное поле будет понижать величину потенциала  $V$  к минимуму при  $\varphi = 0$ . Однако если начальное значение  $\varphi$  больше, чем значение Планка, скорость скатывания будет мала по сравнению с характерным временем расширения. Поэтому Вселенная экспоненциально расширится во много раз. Когда скалярное поле станет порядка единицы, оно начнет осциллировать вокруг  $\varphi = 0$ . Для большинства потенциалов  $V$  осцилляции будут более быстрыми по сравнению со временем расширения. Естественно предположить, что при таких осцилляциях энергия поля  $\varphi$  будет излучаться в виде рождения пар частиц и тем самым нагревать Вселенную. Однако этот процесс зависит от предположений относительно стрелы времени. Я вскоре вернусь к этому вопросу.

Экспоненциальное расширение во много раз почти точно приводит к критической скорости расширения Вселенной. Предположение об отсутствии границ может объяснить, почему скорость расширения Вселенной до сих пор так близка к критической. Чтобы увидеть, что оно предсказывает для однородной и изотропной Вселенной, можно рассмотреть 3-метрики  $h_{ij}$ , которые являются возмущениями метрики 3-сферы.

Это возмущение может быть разложено по сферическим гармоникам, которые могут быть трех видов: скалярные, векторные и тензорные. Векторные гармоники в точности соответствуют изменениям координат  $x$  в последовательных 3-сферах и не играют динамической роли. Тензорные гармоники соответствуют гравитационным волнам в расширяющейся Вселенной, в то время как скалярные гармоники частично связаны с произволом в выборе координат и частично с флуктуациями плотности.

Тензорные гармоники — гравитационное поле

Векторные гармоники — калибровка

Скалярные гармоники — флуктуации плотности

Можно записать волновую функцию  $\Psi$  как произведение волновой функции  $\Psi_0$  для метрики 3-сферы радиуса  $a$  на волновые функции для коэффициентов гармоник:

$$\Psi[h_{ij}, \varphi_0] = \Psi_0(a, \bar{\varphi}) \Psi_a(a_n) \Psi_b(b_n) \Psi_c(c_n) \Psi_d(d_n).$$

Уравнение Уилера–де Витта для волновой функции может быть разложено во всех порядках по радиусу  $a$  и по среднему скалярному полю  $\bar{\varphi}$ , но только в первом порядке по возмущениям. Тогда можно получить последовательность уравнений Шредингера для скорости изменения возмущения волновых функций относительно временной координаты фоновой метрики.

#### Уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \Psi(d_n)}{\partial t} = \frac{1}{2a^3} \left( -\frac{\partial^2}{\partial d_n^2} + n^2 d_n^2 a^4 \right) \Psi(d_n) \quad \text{и т. д.}$$

Можно использовать условие отсутствия границ для получения начальных условий для возмущенных волновых функций. Решим уравнение поля для малых, но слегка возмущенных 3-сфер. Это дает возмущенную волновую функцию в период экспоненциального расширения. После этого можно проследить за ее изменением, используя уравнение Шредингера



Проще всего рассмотреть тензорные гармоники, соответствующие гравитационным волнам. У них нет каких-либо калибровочных степеней свободы, и они не могут непосредственно взаимодействовать с возмущениями материи. Можно использовать условие отсутствия границ для того, чтобы найти начальные волновые функции коэффициентов  $d_n$  тензорных гармоник в возмущенной метрике.

### Основное состояние

$$\Psi(d_n) \propto e^{-\frac{1}{2}na^2d_n^2} = e^{-\frac{1}{2}\omega x^2},$$

где  $x = a^{\frac{3}{2}}d_n$  и  $\omega = \frac{n}{a}$

Если это проделать, то получим волновую функцию основного состояния гармонического осциллятора с частотой гравитационных волн. По мере расширения Вселенной эта частота будет падать. Пока частота существенно больше, чем скорость расширения  $\frac{\dot{a}}{a}$ , уравнение Шредингера позволяет волновой функции адиабатически релаксировать, и мода остается в основном состоянии системы. В конце концов, однако, частота станет меньше, чем скорость расширения, которая приближенно постоянна в период экспоненциального расширения. Когда это произойдет, уравнение Шредингера не сможет достаточно быстро изменять волновую функцию так, чтобы она оставалась в основном состоянии, в то время как частота меняется. Вместо этого волновая функция «замораживается», сохраняя ту форму, которую имела на момент, когда частота стала меньше скорости расширения.

После окончания эры экспоненциального расширения скорость расширения будет уменьшаться быстрее, чем частота моды. Это эквивалентно утверждению, что горизонт событий наблюдателя, являющийся обратной величиной к скорости расширения, увеличивается быстрее, чем длина волны волновой функции. Таким образом, длина волны станет больше, чем горизонт событий в период инфляции, а позднее снова станет меньше горизонта событий (рис. 5.10). Когда это происходит, волновая функция будет оставаться такой же, как в тот момент, когда она «замораживается». Однако частота при этом

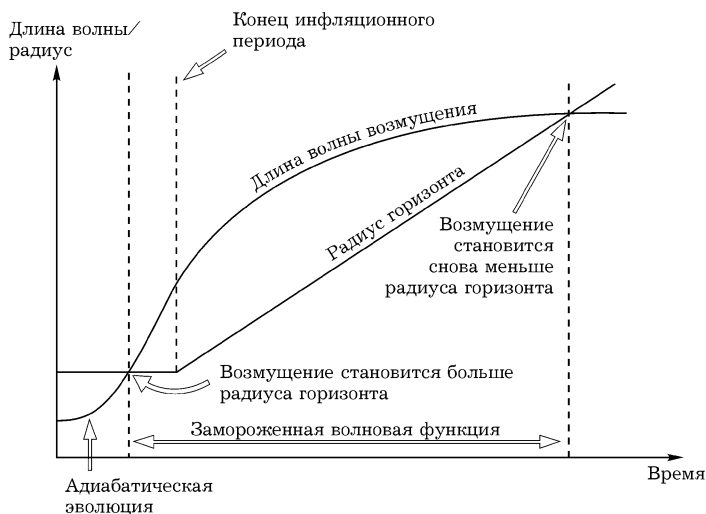


Рис. 5.10. Длина волны и радиус горизонта как функции времени в период инфляции

будет значительно ниже. Волновая функция при этом будет соответствовать скорее не основному, а некоторому возбужденному состоянию, как это было в момент «замораживания». Эти квантовые возбуждения мод гравитационных волн приводят к угловым флуктуациям микроволнового фона, амплитуда которых определяется скоростью расширения (в единицах Планка) в момент «замораживания» волновой функции. Таким образом, наблюдения космической лаборатории COBE, зарегистрировавшей флуктуации микроволнового фона порядка одной части на  $10^5$ , дают верхний предел около  $10^{-10}$  для плотности энергии в единицах Планка для момента, когда волновая функция была «заморожена». Это достаточно мало для того, чтобы считать сделанные мною приближения оправданными.

Однако тензорные гармоники гравитационных волн дают только верхний предел плотности на момент «замораживания». Причина плохой точности в том, что в микроволновом фоне скалярные гармоники имеют большие флуктуации. Существуют две степени свободы для скалярных гармоник в 3-метрике  $h_{ij}$ , и одна — в скалярном поле. Однако две из этих скаляр-

ных степеней свободы связаны с произволом в выборе координат. Поэтому существует только одна физическая скалярная степень свободы, которая соответствует возмущениям плотности.

Анализ скалярных возмущений похож на тот, который был сделан для тензорных гармоник, если использовать один выбор координат для периода до «замораживания» волновой функции и другой — после него. При переходе от одной системы координат к другой амплитуды умножаются на множитель, равный скорости расширения, деленной на среднюю скорость изменения  $\varphi$ . Этот множитель будет зависеть от крутизны потенциала, но для разумных потенциалов он по меньшей мере равен десяти. Это означает, что флуктуации в микроволновом фоне, обусловленные возмущениями плотности, будут по меньшей мере в десять раз больше, чем те, которые обусловлены гравитационными волнами. Тогда верхний предел для плотности энергии в момент «замораживания» будет составлять около  $10^{-12}$  плотности Планка. Это значение хорошо укладывается в рамки использованного приближения. Таким образом, похоже, что мы не нуждаемся в теории струн даже для момента рождения Вселенной.

Спектр флуктуаций по угловым масштабам согласуется, в пределах точности имеющихся наблюдений, с предсказанием, что он не должен зависеть от масштаба. Размер возмущений плотности как раз такой, какой необходим для объяснения формирования галактик и звезд.

Поэтому возможно, что предположение об отсутствии границ может объяснить всю структуру Вселенной, включая маленькие неоднородности вроде нас самих.

предсказания COBE плюс возмущения гравитационных волн	⇒	верхний предел для плотности энергии $10^{-10}$ плотности Планка
плюс возмущения плотности	⇒	верхний предел плотности энергии $10^{-12}$ плотности Планка
внутренняя гравитационная температура ранней Вселенной	≈	$10^{-6}$ температуры Планка = $10^{26}$ градусов

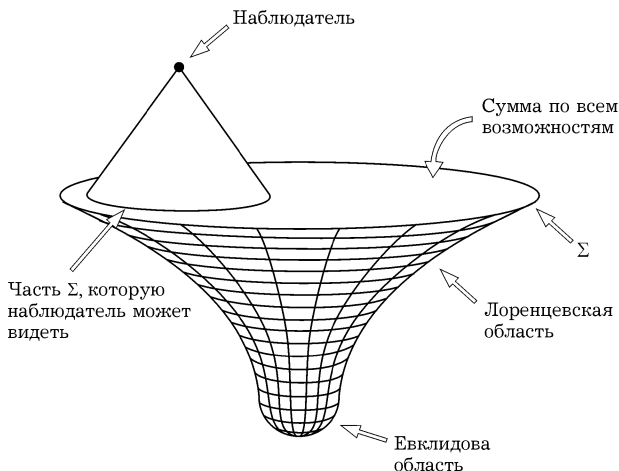


Рис. 5.11. Наблюдатель может видеть только часть любой поверхности  $\Sigma$

Можно считать, что возмущения в микроволновом фоне появляются из-за тепловых флуктуаций в скалярном поле  $\varphi$ . Инфляционный период имеет температуру, равную скорости расширения, деленную на  $2\pi$ , поскольку он приблизительно периодичен во мнимом времени. В этом смысле нам нет нужды искать маленькие первичные черные дыры: мы уже наблюдали внутреннюю гравитационную температуру порядка  $10^{26}$  градусов или  $10^{-6}$  от планковской температуры.

Что можно сказать о внутренней энтропии, связанной с космологическим горизонтом событий? Можем ли мы это наблюдать? Я думаю — можем, и это соответствует тому факту, что объекты, подобные звездам и галактикам, являются классическими объектами, даже если они образованы за счет квантовых флуктуаций. Если рассмотреть Вселенную на пространственноподобной поверхности  $\Sigma$ , которая покрывает всю Вселенную в некоторый момент времени, то она будет находиться в чистом квантовом состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi$ . Однако мы никогда не можем видеть больше, чем половину  $\Sigma$ , и нам полностью неизвестно то, на что похожа Вселенная вне нашего светового конуса прошлого. Это означа-

ет, что при вычислении вероятности наблюдений, мы должны просуммировать по всем возможностям для той части  $\Sigma$ , которую мы не видим (рис. 5.11). Результатом суммирования является переход той части Вселенной, которую мы наблюдаем от чистого квантового состояния к тому, что называется *смешанным состоянием*, т. е. статистическому ансамблю различных возможностей. Такая декогерентность, как ее называют, необходима, если система должна вести себя не как квантовая, а скорее как классическая. Обычно ученые пытаются учесть декогерентность за счет взаимодействия с внешней системой, которая не может быть измерена, такой как термостат. В случае Вселенной нет внешних систем, но я высказываю гипотезу, что причина, по которой мы наблюдаем классическое поведение Вселенной, состоит в том, что мы видим только часть Вселенной. Можно подумать, что в более поздние времена появится возможность увидеть Вселенную целиком и горизонт событий исчезнет. Но это не так. Предположение об отсутствии границ требует, чтобы Вселенная была пространственно замкнута. Замкнутая Вселенная снова коллапсирует до того, как наблюдатель сможет увидеть всю Вселенную. Я пытался показать, что энтропия такой Вселенной будет равна четверти площади горизонта событий в момент максимального расширения (рис. 5.12). Однако в данный момент у меня, кажется, получается коэффициент не  $\frac{1}{4}$ , а  $\frac{3}{16}$ . Очевидно, либо я на ложном пути, либо что-то пропустил.

Я хочу закончить эту лекцию обсуждением вопроса, на который Роджер и я смотрим очень по-разному, а именно вопроса о стреле времени. В нашей части Вселенной существует очень ясное различие между направлением времени вперед и назад. Стоит только прокрутить фильм назад, чтобы увидеть разницу. Вместо чашки, падающей со стола и разбивающейся вдребезги, мы увидим, как осколки собираются в чашку, которая прыгает на стол. Если бы реальная жизнь походила на это!

Локальные законы, которым подчиняются физические поля, симметричны по времени, или более точно, СРТ инвариантны. Тогда наблюдаемая разница между прошлым и будущим должна возникать из граничных условий для Вселенной. Пред-

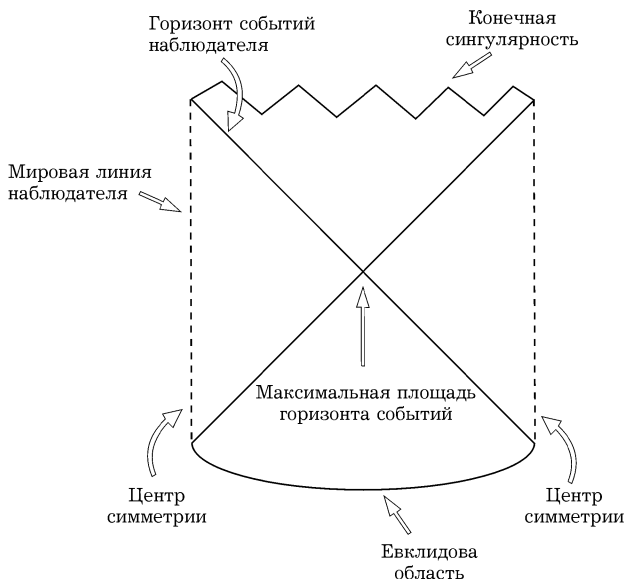


Рис. 5.12. До того, как наблюдатель сможет увидеть Вселенную целиком, она сколлапсирует к конечной сингулярности

положим, что Вселенная пространственно замкнута, расширяется до максимального размера и снова коллапсирует. Как подчеркивал Роджер, Вселенная будет очень разной на этих двух отрезках своей истории. В момент, который мы называем началом Вселенной, она, кажется, была гладкой и регулярной. Однако мы ожидаем, что когда она снова начнет коллапсировать, она будет чрезвычайно нерегулярной и неупорядоченной. Поскольку существует намного больше неупорядоченных конфигураций, чем упорядоченных, то начальные условия должны быть выбраны с невероятной точностью.

Следовательно, кажется, что на двух границах по времени должны существовать различные граничные условия. Предложение Роджера состояло в том, что на одной границе тензор Вейля должен быть нулевым, а на другой — нет.

Вейлевский тензор является той частью кривизны пространства-времени, которая не определяется локально материей через уравнение Эйнштейна. Он был бы мал на гладких,

упорядоченных ранних стадиях, и большим в коллапсирующей Вселенной. Следовательно, приняв это предложение, мы могли бы различать две границы во времени и объяснить стрелу времени (рис. 5.13).

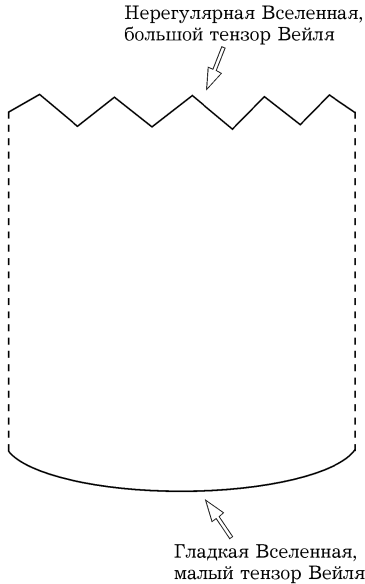


Рис. 5.13. Использование гипотезы о тензоре Вейля для различных двух временных концов Вселенной

Я думаю, что предложение Роджера является вейлевским более чем в одном смысле этого слова. Во-первых, оно СРТ-неинвариантно. Роджер считает, что это достоинство, но я не чувствую потребности отказываться от симметрии до тех пор, пока не возникнут непреодолимые причины, заставляющие это сделать. Как я покажу, нет необходимости сдавать СРТ. Во-вторых, если вейлевский тензор в точности равен нулю в ранней Вселенной, она должна быть точно однородна и изотропна и оставаться такой все время. Вейлевская гипотеза Роджера не может объяснить флуктуации фона или возмущений, которые приводят к галактикам или телам, подобным нам самим.

### Возражения против гипотезы вейлевского тензора

1. Отсутствие СРТ инвариантности.
2. Вейлевский тензор не может быть равным нулю точно. Не объясняются малые флуктуации.

Несмотря на это, я думаю, что Роджер указал на важное различие между двумя границами во времени. Но тот факт, что тензор Вейля был мал на одной из временных границ, не должен получаться как взятое *ad hoc* граничное условие, а должен выводиться из более фундаментального принципа, например, предположения об отсутствии границ. Как мы видели, это предположение приводит к тому, что возмущения решения, полученного объединением половины евклидовой 4-сферы с половиной решения Лоренца–де Ситтера, должно находиться в основном состоянии. Иначе говоря, возмущения должны быть малы настолько, насколько это возможно, без противоречия с соотношением неопределенностей. Тогда это приведет к условию Роджера на тензор Вейля: он не будет равен нулю, но будет близок к нулю, насколько это возможно.

Сначала я полагал, что эти аргументы относительно возмущений, находящихся в основном состоянии, могут применяться к обоим временным границам цикла расширение-сжатие. Вселенная рождалась бы гладкой и упорядоченной, а потом становилась бы все более неупорядоченной и нерегулярной по мере расширения. Однако я считал, что она должна вернуться к упорядоченному и гладкому состоянию, когда станет сжиматься. Из этого будет следовать, что термодинамическая стрела времени будет обращаться в фазе сжатия. Чашки будут собираться из осколков и вспрыгивать на стол. Люди будут становиться моложе, а не старше, по мере того как Вселенная будет уменьшаться. Вряд ли стоит ожидать коллапса Вселенной для того, чтобы вернуться в нашу юность, потому что это будет продолжаться очень долго. Но если стрела времени обращается, когда Вселенная сжимается, она может обращать-



ся также и внутри черных дыр. Но я никому не рекомендую прыгать в черную дыру с целью продлить свою жизнь.

Я написал статью, в которой утверждал, что стрела времени будет обращаться, когда Вселенная начнет сжиматься. Но позднее, обсуждения с Доном Пейджем и Раймондом Лафламмом убедили меня, что я совершил свою величайшую ошибку или, по крайней мере, — свою величайшую ошибку в физике: Вселенная не вернется к гладкому состоянию в момент коллапса. Это означает, что не произойдет обращения стрелы времени. Она будет продолжать указывать в том же направлении, что и при расширении.

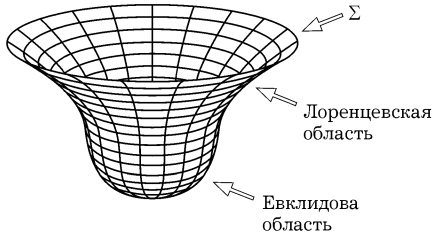


Рис. 5.14. Половина евклидовой 4-сферы, соединенная с малой лоренцевской областью

Как две границы во времени могут оказаться различными? Почему возмущения могут быть малыми на одной границе и большими — на другой? Причина состоит в том, что существует два возможных комплексных решения уравнений поля, которые выбирают малую 3-сферу границы. Одно из них я описал раньше: приблизительно половина евклидовой 4-сферы соединяется с малой частью решения Лоренца–де Ситтера (рис. 5.14). Другое возможное решение состоит из такой же половины евклидовой 4-сферы, соединенной с лоренцевским решением, которое расширяется до очень большого радиуса и сжимается снова до малого радиуса данной границы (рис. 5.15). Очевидно, что два решения соответствуют двум разным границам во времени. Разница между двумя границами получается из того факта, что возмущения 3-метрики  $h_{ij}$  очень сильно затухают в случае первого решения при наличии

короткого лоренцевского периода. Однако в случае решения, при котором Вселенная расширяется и снова сжимается, возмущения могут быть очень большими без значительного затухания. Это и порождает разницу между двумя границами во времени, на которую указал Роджер. На одной границе Вселенная была очень гладкой и тензор Вейля был очень мал. Однако он не мог быть в точности равен нулю, так как это противоречило бы принципу неопределенности. Вместо этого были очень маленькие флуктуации, которые позднее выросли в галактики и тела, подобные нам. В противоположность этому, на другой границе времени Вселенная будет крайне нерегулярна и хаотична с типичным большим значением вейлевского тензора. В целом это объясняет наблюдаемую стрелу времени и то, почему чашки падают со стола и разбиваются на осколки, однако осколки не собираются в чашку, которая вспрыгивает назад на стол.

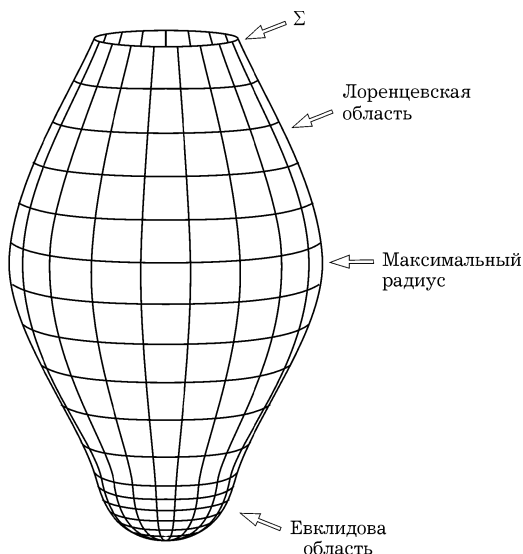


Рис. 5.15. Половина евклидовой 4-сферы, соединенная с лоренцевской областью, которая расширяется до максимального радиуса, а затем снова сжимается

Поскольку стрела времени не обращается — и поскольку я исчерпал свое время — я хочу закончить свою лекцию. Я подчеркивал, что буду рассматривать два наиболее примечательных свойства, которые я обнаружил при исследовании пространства и времени: 1) гравитация скручивает пространство-время так, что у него есть начало и конец; 2) есть глубокая связь между гравитацией и термодинамикой, которая появляется благодаря тому, что гравитация сама определяет топологию многообразия, на котором действует.

Положительная кривизна пространства-времени приводит к сингулярностям, в которых классическая общая теория относительности может нарушаться. Космическая цензура может защитить нас от сингулярностей черных дыр, но Большой взрыв мы видим во всей его обнаженности. Классическая общая теория относительности не может предсказать, как началась Вселенная. Однако квантовая общая теория относительности совместно с предположением об отсутствии границ предсказывает Вселенную, подобную той, которую мы наблюдаем, и, кажется, даже предсказывает наблюдаемый спектр флуктуаций в микроволновом фоне. Однако, хотя квантовая теория восстанавливает предсказуемость, потерянную классической теорией, она не делает это полностью. Поскольку мы не можем видеть пространство-время в целом, с учетом черных дыр и космологических горизонтов событий, наши наблюдения описываются не чистым состоянием Вселенной, а ансамблем квантовых состояний. Это вводит дополнительный уровень непредсказуемости, но, может быть, именно поэтому Вселенная становится классической. Это спасло бы и шредингеровского кота от состояния, в котором он наполовину жив, а наполовину мертв.

Устранить предсказуемость из физики, а затем ее восстановить, пусть в ограниченном смысле, — вполне успешный конец истории. Я остаюсь при своем мнении.

## ГЛАВА 6

# Твисторный взгляд на пространство-время

*Р. Пенроуз*

Я хочу начать с некоторых замечаний по поводу последней лекции Стивена.

**Классичность кошек.** Стивен утверждал, что поскольку определенная область пространства-времени нам недоступна, приходится использовать описание с помощью матрицы плотности. Однако этого недостаточно для объяснения классической природы наблюдений в нашей области. Матрица плотности, которая соответствует тому, находим ли мы кота живым в состоянии  $|\text{живой}\rangle$  или мертвым —  $|\text{мертвый}\rangle$ , это та же матрица плотности, которая описывает смесь двух суперпозиций

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{живой}\rangle + |\text{мертвый}\rangle)$$

и

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{живой}\rangle - |\text{мертвый}\rangle).$$

Поэтому матрица плотности сама по себе не может сказать, видим ли мы живого кота или мертвого, или одну из этих суперпозиций. Как я попытаюсь убедить в конце этой лекции, для этого нам нужно что-то еще.

**Гипотеза вейлевской кривизны (ГВК).** Насколько я понял позицию Стивена, я не думаю, что наши разногласия в этом вопросе очень велики. Для начальной сингулярности кривизна Вейля приблизительно равна нулю, а для конечной — очень велика. Стивен утверждает, что в начальном состоянии должны были существовать малые квантовые флуктуации, указывающие на то, что гипотеза, по которой начальная

вейлевская кривизна должна быть точно равна нулю, неприемлема. Я не думаю, что в этом вопросе у нас действительно разногласия. Утверждение о том, что кривизна Вейля в точности равна нулю, является классическим, поэтому определенно существует некоторый произвол в точной формулировке гипотезы. Малые возмущения в квантовом режиме, с моей точки зрения, определенно должны быть учтены. Нам действительно необходимо что-то, чтобы заставить вейлевскую кривизну быть близкой к нулю. Можно также ожидать тепловых флуктуаций в тензоре Риччи (благодаря вкладу материи) в ранней Вселенной, и возможно, что в конечном счете это приведет, вследствие нестабильности Джинса, к образованию черных дыр общей массой порядка  $10^6 M_{\odot}$ . Тогда близость сингулярностей в этих черных дырах приведет к большому значению вейлевской кривизны, но это будут сингулярности не начального, а скорее конечного типа, что согласуется с ГВК.

Я согласен со Стивеном, что ГВК является «ботанической», т.е. гипотезой на уровне феноменологии, а не понимания. Необходима более глубокая теория, чтобы объяснить ее. Возможно, что «предположение об отсутствии границ» (ПОГ) Хартля и Хокинга является хорошим кандидатом на структуру *начального* состояния. Однако мне кажется, что для объяснения *конечного* состояния нам необходимо что-то совсем другое. В частности, теория, которая объясняет структуру сингулярностей, должна нарушать T, PT, CT и CPT инвариантности для того, чтобы могло возникнуть что-то, удовлетворяющее ГВК. Это нарушение временной симметрии может быть весьма малым: оно могло бы неявно содержаться в правилах той теории, которая находится за рамками квантовой механики (КМ). Стивен утверждал, что с учетом хорошо известной теоремы квантовой теории поля (КТП) можно ожидать, что теория будет CPT-инвариантна. Однако доказательство этой теоремы подразумевает, что выполняются обычные правила КТП, и что фоновое пространство является плоским. Я думаю, что и Стивен, и я согласны, что второе условие не выполняется, хотя я считаю, что и первое тоже нарушается.

Мне также кажется, что та точка зрения, которую Стивен предложил относительно ПОГ, не приводит к отсутствию

белых дыр. Если я понял точку зрения Стивена правильно, то ПОГ приводит к существованию двух решений: одно (А) соответствует случаю, когда возмущения увеличиваются при удалении от сингулярности, в то время как в другом (Б) они затухают. Случай (А) связан по существу с Большим взрывом, а (Б) описывает сингулярности черных дыр и Большого хлопка. Стрела времени, определяемая вторым законом термодинамики, задает направление от решения (А) в решение (Б). Однако я не вижу, как эта интерпретация ПОГ исключает белые дыры, соответствующие (Б)-типу. Отдельно у меня вызывает сомнения «процедура евклидизации». Аргументы Стивена основаны на факте, что можно склеить вместе евклидово и лоренцовское решение. Однако существует только несколько пространств, в которых это можно сделать, поскольку требуется, чтобы они имели как евклидов, так и лоренцовский сектор. Общий случай определенно очень далек от этого.

## Твисторы и твисторные пространства

Что реально стоит за процедурой евклидизации в КТП? КТП требует разбиения полевых величин на положительно- и отрицательно-частотные части. Первые распространяются вперед по времени, вторые — назад по времени. Чтобы получить пропагаторы теории, нужен способ отбора положительно-частотной (т. е. с положительной энергией) части. Другой подход, с помощью которого можно выполнить такое разбиение — это *твисторная* теория. Фактически, это разбиение было одной из важных первоначальных мотиваций для создания твисторного подхода (см. Пенроуз 1986).

Чтобы объяснить это в деталях, рассмотрим сначала комплексные числа, играющие фундаментальную роль в квантовой теории, структура которых, как мы увидим, лежит в основе структуры пространства-времени. Это числа вида  $z = x + iy$  с вещественными  $x$  и  $y$ , где  $i$  удовлетворяет условию  $i^2 = -1$ . Множество таких чисел обозначается  $\mathbb{C}$ . Эти числа можно представлять либо на плоскости (комплексная плоскость), либо, если добавить бесконечно удаленную точку, на *сфере Римана*. Эта сфера является очень полезным понятием, исполь-

зубым во многих областях математики, например, в анализе и геометрии, а также в физике. Сфера может быть спроектирована на плоскость (вместе с бесконечно удаленной точкой). Возьмем плоскость, проходящую через экватор сферы, и соединим некоторую точку на сфере с Южным полюсом. Точка, где эта линия пересекает плоскость, и будет точкой плоскости, соответствующей исходной точке сферы. Отметим, что при таком отображении северный полюс переходит в начало координат, южный полюс — на бесконечность, а действительная ось плоскости отображается в вертикальный круг, проходящий через северный и южный полюсы. Мы можем повернуть сферу так, чтобы вещественные числа соответствовали экватору, и я хочу на время принять это соглашение (см. рис. 6.1).

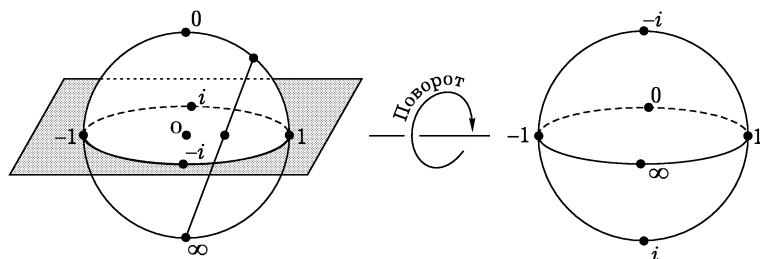


Рис. 6.1. Сфера Римана, представляющая все комплексные числа вместе с бесконечно удаленной точкой  $\infty$

Предположим, что нам задана комплекснозначная функция  $f(x)$  вещественной переменной  $x$ . Согласно сказанному выше, мы можем считать, что  $f$  является функцией, определенной на экваторе. Достоинством этой точки зрения является то, что существует естественный критерий определения того, является ли  $f$  положительно- или отрицательно-частотной:  $f(x)$  является положительно-частотной функцией, если она может быть продолжена на голоморфную (т. е. комплексно-аналитическую) функцию, заданную в северном полушарии. Аналогично будем считать  $f$  отрицательно-частотной функцией, если она может быть аналитически продолжена на южное полушарие. Произвольная функция может быть разбита на поло-

жительно- и отрицательно-частотные части. Идея твисторной теории состоит в том, чтобы глобальным образом использовать такой подход на самом пространстве-времени. Заданное в пространстве Минковского поле мы хотим разбить аналогичным образом на положительно- и отрицательно-частотные части. Чтобы понять это разбиение, мы сконструируем твисторное пространство (для более подробного знакомства с твисторами см. Пенроуз и Риндлер 1986, Хаггетт и Тод 1985).

Прежде чем перейти к деталям, рассмотрим два важных применения сферы Римана в физике.

1. Волновая функция частицы со спином  $1/2$  может представлять линейную суперпозицию состояний «вверх» и «вниз»:

$$w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle.$$

Это состояние можно представить точкой  $z/w$  на сфере Римана, и это точка находится там, где вектор спина, направленный из центра, пересекает сферу. (Для высших спинов существует более сложная конструкция, введенная первоначально Майораной 1932, см. также Пенроуз 1994, где также использована сфера Римана). Это позволяет связать комплексные амплитуды КМ с пространственно-временной структурой (рис. 6.2).

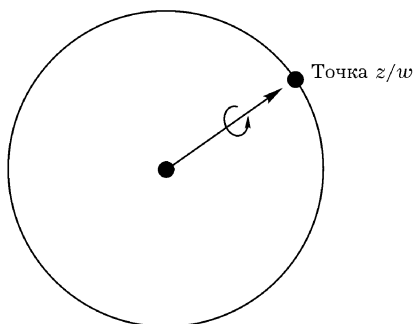


Рис. 6.2. Пространством направлений спина для частицы со спином  $1/2$  является сфера Римана отношения амплитуд  $z/w$ , где  $w$  — амплитуда того, что спин находится в состоянии «вверх», а  $z$  — спин «вниз»



2. Вообразим, что наблюдатель находится в некоторой точке пространства-времени и рассматривает звезды в области пространства, по отношению к которой он находится извне. Предположим, наблюдатель отмечает угловые положения этих звезд на сфере. Тогда, если другой наблюдатель проходит через эту же точку в то же самое время, но с некоторой скоростью относительно первого наблюдателя, то благодаря аберрации, он отметит звезды в несколько иных положениях на сфере. Примечательно, что различные положения точек на сфере связаны между собой специальным преобразованием, называемым *преобразованием Мебиуса*. Множество таких преобразований образуют группу, которая сохраняет комплексную структуру на сфере Римана. Тогда пространство световых лучей, проходящих через пространственно-временную точку, является, в естественном смысле, сферой Римана. Я нахожу это очень красивым. Более того, группа фундаментальной симметрии физики, связывающая наблюдателей с различными скоростями — (ограниченная) группа Лоренца может быть реализована как группа автоморфизмов простейшего (комплексного) одномерного многообразия, сферы Римана (см. рис. 6.3 и Пенроуз и Риндлер 1984).

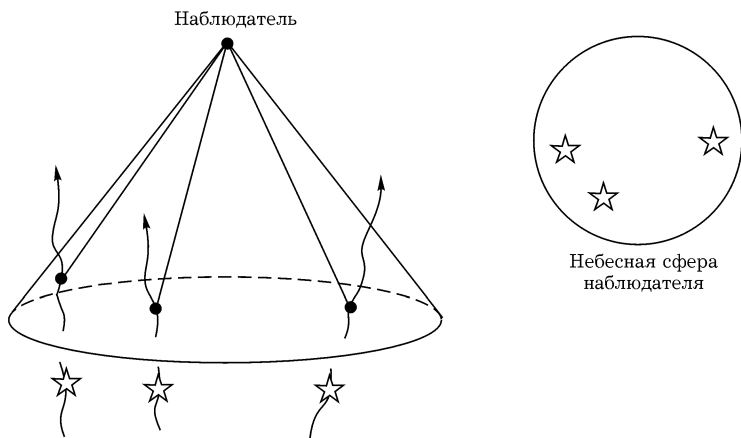


Рис. 6.3. Небесная сфера наблюдателя в общей теории относительности является естественной сферой Римана

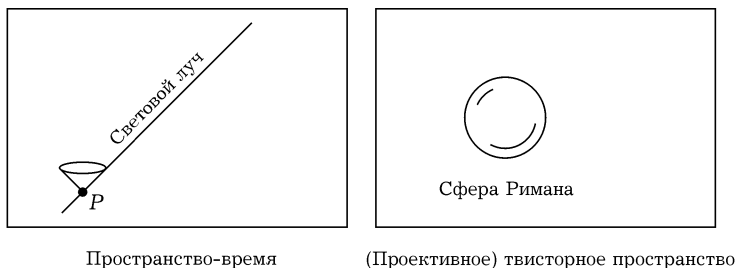


Рис. 6.4. На основе твисторного соответствия, световые лучи в пространстве-времени (Минковского) представляются точками в (проективном) твисторном пространстве. Пространственно-временные точки представляются сферами Римана

Основная идея теории твисторов состоит в попытке использовать эту связь между КМ и пространственно-временной структурой, как это демонстрирует сфера Римана, только расширив эту идею на все пространство. Мы пытаемся рассматривать лучи света как более фундаментальные объекты, чем точки пространства-времени. Таким образом, мы считаем пространство-время вторичной концепцией и полагаем твисторное пространство — первоначально пространство световых лучей — более фундаментальным понятием. Эти два пространства связаны соответствием, согласно которому световые лучи в пространстве-времени являются точками в твисторном пространстве. Отсюда точка в пространстве-времени представляется множеством проходящих через нее световых лучей. Поэтому точка в пространстве-времени становится сферой Римана в твисторном пространстве. Мы будем считать твисторное пространство тем пространством, в рамках которого мы будем описывать физику (рис. 6.4).

В том виде, как я представил выше твисторное пространство, оно имеет пять (вещественных) измерений. Поэтому оно не может быть комплексным пространством, т. к. такие пространства всегда имеют четное число (вещественных) измерений. Если мы считаем, что световые лучи — это истории фотонов, мы должны также принять во внимание энергию фотона и его спиральность, которая может быть левой и правой.

Это несколько сложнее, чем просто световые лучи, но важность всего этого состоит в том, что в конце концов мы приходим к комплексному проективному трехмерному пространству (шесть вещественных размерностей),  $\mathbb{C}\mathbb{P}^3$ . Это *проективное твисторное пространство* ( $\mathbb{P}\mathbb{T}$ ). Оно имеет пятимерное подпространство  $\mathbb{P}\mathbb{N}$ , которое разбивает пространство  $\mathbb{P}\mathbb{T}$  на левую и правую части  $\mathbb{P}\mathbb{T}^-$  и  $\mathbb{P}\mathbb{T}^+$ .

Точки пространства-времени представляются четырьмя вещественными числами, а координаты в проективном твисторном пространстве могут быть представлены отношениями четырех комплексных чисел. Если световой луч, представляемый координатами  $(Z^0, Z^1, Z^2, Z^3)$  в твисторном пространстве, проходит через точку  $(r^0, r^1, r^2, r^3)$  в пространстве-времени, справедливо соотношение *вложенности*

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

Соотношение вложенности (6.1) является основой твисторного соответствия.

Здесь необходимо ввести некоторые 2-спинорные обозначения. В этом месте обычно возникают трудности, но для любых детальных вычислений эти обозначения чрезвычайно удобны. Для любого 4-вектора  $r^a$  определим величину  $r^{AA'}$ , матрица компонент которой может быть записана в виде

$$r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix}.$$

Условие вещественности  $r^a$  состоит в том, что  $r^{AA'}$  должна быть *эрмитова*. Точка в твисторном пространстве определяется двумя спинорами с компонентами

$$\omega^A = \begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix}, \quad \pi_{A'} = \begin{pmatrix} \pi'_0 \\ \pi'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}.$$

Соотношение вложенности тогда приводит к выражению:

$$\omega = ir\pi.$$

Необходимо заметить, что при сдвиге начала координат, при котором  $r^a$  заменяется на

$$r^a \mapsto r^a - Q^a,$$

получаем

$$\omega^A \mapsto \omega^A - iQ^{AA'}\pi_{A'},$$

в то время как  $\pi_{A'}$  не меняется:

$$\pi_{A'} \mapsto \pi_{A'}.$$

Твистор представляет четыре компоненты импульса  $p_a$  (три из которых независимы) и шесть компонент момента импульса  $M^{ab}$  (четыре из которых независимы) безмассовой частицы. Эти выражения имеют вид

$$p_{AA'} = i\bar{\pi}_A\pi_{A'}, \quad M^{AA'BB'} = i\omega^{(A}\bar{\pi}^{B)}\varepsilon^{A'B'} - i\varepsilon^{AB}\bar{\omega}^{(A'}\pi^{B')},$$

где скобки обозначают симметричную часть,  $\varepsilon^{AB}$  и  $\varepsilon^{A'B'}$  являются антисимметричными символами Левы–Чивиты. Эти выражения учитывают тот факт, что импульс  $p_a$  является нулевым и направлен в будущее, а также то, что спиновый вектор Паули–Любанского равен спиральности  $s$ , умноженной на 4-импульс. Эти величины определяют твисторные переменные  $(\omega^A, \pi_{A'})$  с точностью до умножения на общий фазовый множитель твистора. Спиральность может быть записана как

$$s = \frac{1}{2}Z^\alpha\bar{Z}_\alpha,$$

где комплексно сопряженный к  $Z^\alpha = (\omega^A, \pi_{A'})$  твистор является *дуальным* твистором  $\bar{Z}_\alpha = (\bar{\pi}_A, \bar{\omega}^{A'})$ . (Отметим, что комплексное сопряжение меняет местами штрихованные и нештрихованные спинорные индексы и твисторы с дуальными им). Тогда  $s > 0$  соответствует частице с правой спиральностью, которую мы относим к верхней половине твисторного пространства  $\mathbb{PT}^+$ , в то время как  $s < 0$  относится к частицам с левой спиральностью, т.е. к нижней половине  $\mathbb{PT}^-$ . Наконец, случай  $s = 0$  соответствует реальным световым лучам. (Уравнение для пространства световых лучей  $\mathbb{PN}$  имеет, следовательно, вид:  $Z^\alpha\bar{Z}_\alpha = 0$ , т.е.  $\omega^A\bar{\pi}_A + \pi_{A'}\bar{\omega}^{A'} = 0$ .)

## Квантованные твисторы

Поскольку нам нужна квантовая теория твисторов, для этого мы должны определить твисторную волновую функцию, т. е. комплекснозначную функцию  $f(Z^\alpha)$  на твисторном пространстве. Произвольная функция  $f(Z^\alpha)$  не является *a priori* волновой функцией, поскольку  $Z^\alpha$  включает в себя компоненты, содержащие как координаты, так и импульсы. Мы не можем использовать их одновременно в волновой функции, т. к. координаты и импульсы не коммутируют между собой. В твисторном пространстве коммутационные соотношения имеют вид:

$$[Z^\alpha, \bar{Z}_\beta] = \hbar \delta_\beta^\alpha, \quad [Z^\alpha, Z^\beta] = 0, \quad [\bar{Z}_\alpha, \bar{Z}_\beta] = 0.$$

Таким образом,  $Z^\alpha$  и  $\bar{Z}_\alpha$  являются сопряженными переменными, и волновая функция может зависеть только от одной из них. Это означает, что волновая функция должна быть голоморфной (или антиголоморфной) функцией от  $Z^\alpha$ .

Теперь мы должны проверить, как предыдущие выражения зависят от операторного упорядочения. Оказывается, что выражения для импульса и момента импульса не зависят от упорядочения и поэтому канонически определены. С другой стороны, выражение для спиральности зависит от упорядочения, и мы должны выбрать корректные определения. С этой целью мы должны выбрать симметричное произведение, т. е.

$$s = \frac{1}{4}(Z^\alpha \bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_\alpha Z^\alpha),$$

которое с точки зрения  $Z^\alpha$ -пространства может быть выражено следующим образом:

$$s = \frac{\hbar}{2} \left( -2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha} \right) = \frac{\hbar}{2} (-2 - \text{степень однородности по } Z^\alpha).$$

Мы можем разложить волновую функцию по собственным состояниям  $s$ . Они в точности являются однородными волновыми функциями определенной степени. Например, бесспиновая частица с нулевой спиральностью имеет твисторную волновую функцию степени однородности  $-2$ . Лево-спиральная час-

тица со спином  $1/2$  имеет спиральность  $s = -1/2$  и, следовательно, имеет твисторную волновую функцию степени однородностью  $-1$ , в то время как право-спиральная частица (спиральность  $s = \frac{\hbar}{2}$ ) будет иметь твисторную волновую функцию степени однородности  $-3$ . Для спина 2 право-спиральные и лево-спиральные твисторные волновые функции будут иметь соответственно степени однородности  $-6$  и  $+2$ .

Это может выглядеть несколько надуманным, поскольку в ОТО существует симметрия между правым и левым. Но это может быть и не так уж плохо, так как сама Природа является лево-право асимметричной. Более того, «новые переменные» Аштекара, которые являются очень полезным средством в ОТО, также лево-право асимметричны. Интересно, что мы приходим к такой асимметрии между левым и правым столь разными путями.

Кто-то может подумать, что можно восстановить симметрию, заменив  $Z^\alpha \leftrightarrow \bar{Z}_\alpha$ , обратив таблицу степеней однородности и затем используя  $Z^\alpha$  для одной спиральности и  $\bar{Z}_\alpha$  для другой. Однако так же, как мы не можем смешивать между собой одновременно координатное и импульсное представления в обычной КМ, мы не можем смешивать описание с помощью переменных  $Z^\alpha$  и  $\bar{Z}_\alpha$ . Мы должны выбрать либо одно, либо другое. Какое из описаний более фундаментально, предстоит еще узнать.

Далее, мы хотим получить пространственно-временное описание  $f(Z)$ . Это можно сделать с помощью контурного интеграла

$$\left\{ \begin{array}{c} \varphi_{A' \dots G'}(r) \\ \text{или} \\ \varphi_{A \dots G}(r) \end{array} \right\} = \int_{\omega = ir\pi} \left\{ \begin{array}{c} \pi_{A'} \dots \pi_{G'} \\ \text{или} \\ \frac{\partial}{\partial \omega^A} \dots \frac{\partial}{\partial \omega^G} \end{array} \right\} f(Z^\alpha) \pi_{E'} d\pi^{E'},$$

где интеграл берется по контуру в пространстве тех  $Z^\alpha$ , которые соответствуют  $r$  (напомним, что  $Z$  имеет две части  $\omega$  и  $\pi$ ), и число компонент  $\pi$  или  $\frac{\partial}{\partial \omega}$  зависит от спина (и направления проекции) поля. Это уравнение определяет пространственно-временное поле  $\varphi \dots(r)$ , которое автоматически удовлетворяет уравнениям поля для безмассовой частицы. Таким образом,

требование голоморфности твисторных полей включает в себя уравнения безмассовых частиц для всего множества полей, по крайней мере, для линейного поля в плоском пространстве или эйнштейновского поля в пределе малой энергии.

Геометрически точка  $r$  в пространстве-времени является  $CP_1$  линией (которая есть сфера Римана) в твисторном пространстве. Эта линия должна разрезать область, где определена  $f(Z)$ . Функция  $f(Z)$  в общем случае не определена везде и может иметь сингулярные части (действительно, при вычислении контурного интеграла мы обходим эти сингулярные области). Если говорить математически более точно, то твисторная волновая функция является элементом *когомологии*. Чтобы это понять, рассмотрим множество открытых окрестностей в некоторой области твисторного пространства, которой мы интересуемся. Твисторная функция тогда должна быть определена на *пересечении* пар этих открытых множеств. Это означает, что она является элементом первого пучка когомологий. Я не буду вдаваться в детали, но выражение «пучок когомологий» хорошо запоминается.

Вспомним теперь, что на самом деле мы хотели по аналогии с КТП найти способ разделения отрицательно- и положительно-частотных частей амплитуды поля. Если твисторную функцию, определенную на  $\mathbb{P}N$ , можно продолжить (как элемент первой когомологии) на верхнюю половину твисторного пространства  $\mathbb{P}T^+$ , она имеет положительную частоту. Если она может быть продолжена на нижнюю половину  $\mathbb{P}T^-$ , она имеет отрицательную частоту. Таким образом, индексы твисторного пространства соответствуют обозначениям положительной и отрицательной частоты.

Это разбиение позволяет построить квантовую физику в твисторном пространстве. Эндрю Ходжес (1982, 1985, 1990) развил подход к КТП на основе твисторных диаграмм, которые аналогичны фейнмановским диаграммам в пространстве-времени. Используя их, он пришел к некоторым новым способам регуляризации КТП. Эти схемы трудно придумать при использовании обычного пространственно-временного подхода, но они очень естественны в твисторной картине. Новая точка зрения, первоначально выросшая из идей Майкла Зингера

(Ходжес, Пенроуз и Зингер 1989), в последнее время стимулирована также *конформной квантовой теорией поля* (ККТП). Стивен в своей первой лекции высказал несколько критических замечаний относительно теории струн, но я считаю, что ККТП, которая по сути есть теория поля на мировой поверхности струны, является очень красивой (хотя не вполне физической) теорией.

Она определена на произвольных римановых поверхностях (одним из простейших примеров которых является сфера Римана, и которые включают в себя все одномерные комплексные многообразия, в том числе торы и «крендель»). Для твисторов необходимо обобщить ККТП на многообразия с тремя комплексными размерностями, границы которых являются копиями  $\mathbb{P}^1$  (т.е. пространствами световых лучей в пространстве-времени). Работа в этой области продолжается, хотя нельзя сказать, что она продвинулась очень далеко.

## Твисторы в искривленных пространствах

Все, что мы делали до сих пор, связано только с плоским пространством-временем, но мы знаем, что пространство-время искривлено. Нам необходима теория твисторов, которая могла бы быть применена к искривленному пространству-времени и могла бы каким-либо естественным образом воспроизвести уравнения Эйнштейна.

Если многообразие пространства-времени является конформно плоским (или, другими словами, его тензор Вейля равен нулю), то нет никаких проблем, связанных с описанием этого пространства твисторами, поскольку твисторная теория является в своей основе конформно-инвариантной. Существуют некоторые твисторные идеи, которые работают в различных конформно-неплоских пространствах как, например, идея определения квазилокальных масс (Пенроуз 1982, для пояснения см. Год 1990) и конструкция Вудхауза–Мейсона (1988, для пояснения см. Флетчер и Вудхауз 1990) для случая стационарных аксиальносимметричных вакуумов (основана на конструкции Уорда 1977 для антисамодуальных Янг–Миллсовских полей в плоском простран-



ве-времени; см. также Уорд 1983), которые являются частью весьма общего твисторного подхода к интегрируемым системам (см. книгу Мейсона и Вудхауза 1996).

Однако нам хотелось бы научиться справляться и с более общими пространствами. Для комплексифицированного (или «евклидизированного») пространства-времени  $M$  с антисамодуальным тензором Вейля (т. е. самодуальная половина тензора Вейля равна нулю) существует так называемая конструкция нелинейного гравитона, которая тесно связана с этой проблемой (Пенроуз 1976). Чтобы увидеть, как все это работает, рассмотрим часть твисторного пространства, состоящего из трубчатой окрестности линии или чего-то подобного (скажем, верхней половины положительночастотной части  $\mathbb{PT}^+$ ), и разрежем ее на два или более куса. После этого снова склеим их вместе, но так, чтобы куски сдвинулись друг относительно друга. В общем случае прямые линии в первоначальном пространстве  $P$  будут разорваны в новом пространстве  $\mathcal{P}$ . Однако мы можем искать новые голоморфные кривые, которые заменяют первоначальные (теперь нарушенные) прямые линии, считая, что кривые соединяются гладко. Предполагая, что различие между  $P$  и  $\mathcal{P}$  не слишком велико, получим голоморфные кривые, которые относятся к тому же топологическому семейству, что и первоначальные линии, образуя, таким образом, четырехмерное семейство. Пространство, точки которого образуют эти голоморфные кривые и является искомым антисамодуальным (комплексным) «пространством-временем»  $\mathcal{M}$  (рис. 6.5). Теперь можно рассматривать риччи-плоские уравнения Эйнштейна в вакууме как условия, при которых  $\mathcal{P}$  является голоморфным расслоением над проективной линией  $\mathbb{CP}_1$  (вместе с некоторыми другими слабыми условиями). Все это может быть получено, если выразить деформацию  $\mathcal{P}$  для  $P$ , как заданную с помощью *свободных* голоморфных функций. При этом вся информация об искривленном пространстве-времени  $\mathcal{M}$  будет закодирована в этих функциях (хотя нахождение требуемых голоморфных кривых в  $\mathcal{P}$  может быть очень трудной задачей).

На самом деле мы хотим решить *полные уравнения* Эйнштейна (поскольку последняя конструкция дает решение лишь

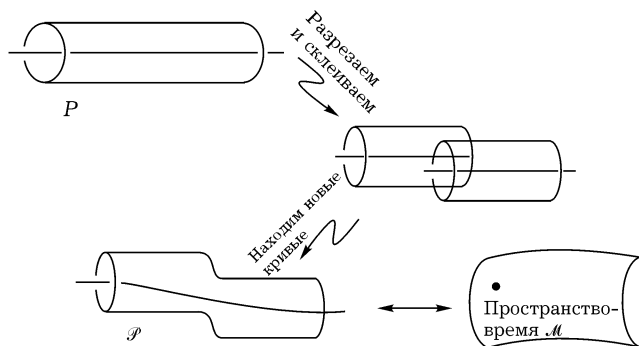


Рис. 6.5. Конструкция нелинейного гравитона

ограниченной задачи, в которой половина вейлевского тензора равна нулю), но эта задача чрезвычайно сложна и в течение последних двадцати лет потерпели поражение множество попыток ее решения. Тем не менее, в последние несколько лет я пытался развить новый подход к проблеме (см. Пенроуз 1992). Хотя пока у меня нет решения, этот путь выглядит наиболее обещающим и перспективным. При этом действительно возникает глубокая связь между твисторами и уравнениями Эйнштейна. На это указывает два наблюдения.

1. Уравнения Эйнштейна в вакууме  $R_{ab} = 0$  являются также условиями согласованности для безмассового поля спиральностью  $s = 3/2$  (когда такие поля выражены через потенциал).

2. В плоском пространстве-времени  $M$  пространство зарядов для поля  $s = 3/2$  в точности совпадает с твисторным пространством.

Такая программа может быть приблизительно сформулирована следующим образом: для данного риччи-плоского пространства-времени (т.е.  $R_{ab} = 0$ ) найти в нем пространство зарядов для поля с  $s = 3/2$ . (Это отнюдь не простая задача.) Тогда это и будет твисторным пространством для риччи-плоского пространства-времени. Второй шаг состоит в нахождении способа сконструировать такие твисторные пространства, используя свободные голоморфные функции, и, наконец, способа

реконструировать в каждом случае исходное пространственно-временное многообразие из данного твисторного пространства.

Мы не ожидаем, что это твисторное пространство окажется линейным, поскольку оно должно, при реконструировании пространства-времени, давать структуру кривизны. Кроме того, конструкция должна быть сильно нелокальной, причем в достаточно нетривиальной форме, поскольку как заряд, так и потенциал для поля с  $s = \frac{3}{2}$  нелокальны. Это в свою очередь могло бы помочь при объяснении физики нелокальных явлений, таких как эксперименты ЭПР (обсуждаемые в гл. 4), приводящие к тому, что объекты, разделенные областями в пространстве и времени, могут каким-то образом «перепутываться» друг с другом.

## Твисторная космология

Я хочу закончить некоторыми замечаниями относительно космологии и твисторов, хотя они будут достаточно гипотетическими. Я уже говорил, что тензор кривизны Вейля должен был быть равен нулю в прошлых сингулярностях, и что при этом пространство-время было близко к конформно плоскому. Это означает, что начальное состояние имеет очень простое твисторное описание. С течением времени это описание становится все более сложным, а вейлевская кривизна — все более существенной. Такой тип поведения согласуется с наблюдаемой в настоящее время асимметрией геометрии Вселенной.

С точки зрения комплексно-голоморфной идеологии твисторной теории, предпочтительным является Большой взрыв с  $k < 0$ , ведущий к открытой Вселенной (Стивен предпочитает замкнутый вариант). Причина в том, что только при  $k < 0$  группа симметрии первоначальной сингулярности Вселенной совпадает с голоморфной группой Мебиуса голоморфных собственных преобразований сферы Римана  $\mathbb{C}P_1$  (т.е. ограниченной группой Лоренца). Это та самая группа, которая вывела твисторную теорию на передний план — поэтому, по твисторно-идеологическим причинам, я определенно предпочитаю  $k < 0$ . Поскольку все это основано только на идеологии,

я могу, конечно, в будущем изменить свое мнение, если выяснится, что я ошибаюсь, и Вселенная окажется замкнутой.

## Вопросы и ответы

*Вопрос:* Каков физический смысл состояния со спиральностью  $3/2$ ?

*Ответ:* Спин  $3/2$  в таком подходе не является каким-то реальным физическим полем, а играет вспомогательную роль, необходимую для определения твисторов. Я не думаю, что это поле частиц, которые могут быть открыты. С другой стороны, с точки зрения суперсимметрии это поле может быть суперпартнером гравитона.

*Вопрос:* Где может проявиться асимметричный во времени  $\mathbf{R}$ -процесс, который Вы обсуждали в последнее время, с точки зрения твисторов?

*Ответ:* Вы должны понять, что твисторная теория является очень консервативной и не может ничего сказать относительно этого. Мне бы очень хотелось увидеть, как в твисторной теории появляется временная асимметрия, но в настоящий момент я не знаю, как это может случиться. Однако, если выполнить всю предложенную программу, она определенно должна появиться, возможно путем, смутно напоминающим введение асимметрии правого и левого. Технически к временной асимметрии приводит подход Эндрю Ходжеса к регуляризационной схеме, но здесь пока еще не осела пыль.

*Вопрос:* Какая нелинейная КТП может оказаться наиболее приемлемой в твисторной теории?

*Ответ:* Пока что анализировалась в основном только стандартная модель (в контексте твисторных диаграмм).

*Вопрос:* Теория струн явно предсказывает спектр частиц. Как он может появиться в твисторной теории?

*Ответ:* Я не знаю, как может в конце концов появиться спектр частиц, хотя и есть некоторые идеи на этот счет. Однако я бы хотел узнать, как теория струн «явно предсказывает спектр частиц». Моя точка зрения состоит в том, что пока мы не поймем ОТО в рамках теории твисторов, мы не сможем

решить эту проблему, так как массы частиц тесно связаны с ОТО. Но в определенном смысле это же утверждает и теория струн.

*Вопрос:* Какова твисторная точка зрения на прерывность и непрерывность?

*Ответ:* Одной из ранних мотиваций для теории твисторов послужила теория спиновых сетей, в которых старались построить пространство с помощью дискретных комбинаторных квантовых правил. Можно попытаться сконструировать теорию твисторов и вне дискретных объектов. Однако тенденция все эти годы была такова, что приводила к голоморфным, а не комбинаторным методам, хотя это не означает, что дискретная точка зрения чем-то хуже. Возможно существует глубокая связь между дискретными и голоморфными концепциями, но пока что они еще не объединились каким-либо ясным способом.

## ГЛАВА 7

# Обсуждение

*С. Хокинг и Р. Пенроуз*

## Стивен Хокинг

Эти лекции ясно показали различие между Роджером и мной. Он — платонист, а я — позитивист. Он обеспокоен тем, что шредингеровский кот находится в квантовом состоянии, в котором он наполовину жив, а наполовину мертв. Роджер чувствует, что это не может соответствовать реальности. Тем более это беспокоит меня. Я не требую, чтобы теория соответствовала реальности, поскольку я не знаю, как она устроена. Реальность не является величиной, которую можно проверить с помощью лакмусовой бумажки. Все это я связываю с тем, что теория должна предсказывать результаты измерений. Квантовая теория делает это весьма успешно. Она предсказывает, что результат наблюдений состоит либо в том, что кот жив, либо в том, что кот мертв. Так же как нельзя забеременеть слегка: либо есть, либо нет.

Причина, по которой люди, подобные Роджеру, если не считать членом общества защиты животных, возражают против шредингерского кота, состоит в том, что кажется абсурдным представлять состояние как  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{кот жив}\rangle + |\text{кот мертв}\rangle)$ . А почему бы не  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{кот жив}\rangle - |\text{кот мертв}\rangle)$ ? Другой способ выразить то же самое состоит в том, чтобы сказать, что между состояниями  $|\text{кот жив}\rangle$  и  $|\text{кот мертв}\rangle$  не видно никакой интерференции. Можно получить интерференцию между частицами, проходящими через различные щели, потому что их можно разумным образом изолировать от не влияющей на изменения

окружающей среды. Но такое тело, как кот, нельзя изолировать от межмолекулярных сил, переносимых электромагнитным полем. Нет никакой необходимости в квантовой гравитации для объяснения парадокса шредингерского кота или функционирования мозга. Это было бы просто глупостью.

Я никогда всерьез не предлагал считать, что космологические горизонты событий являются причиной того, что кот Шредингера ведет себя как классическое животное, которое может быть либо живым, либо мертвым, но не может являться комбинацией этих двух состояний. Как я уже говорил, достаточно трудно изолировать кота от остальной части комнаты, так что уж точно не стоит беспокоиться о дальних уголках Вселенной. Все, что я утверждал, заключается в том, что даже если мы могли бы наблюдать флуктуации в микроволновом фоне с очень большой точностью, они будут иметь классическое статистическое распределение. Мы не можем обнаружить каких-либо свойств квантовых состояний подобно интерференции или корреляции между флуктуациями в различных модах. Когда мы говорим о всей Вселенной, у нас отсутствует внешняя окружающая среда, которая была в случае кота Шредингера, но тем не менее мы получаем декогерентность и классическое поведение, поскольку мы не можем видеть Вселенную в целом.

Роджер ставит под вопрос мое использование евклидовых методов. В частности, он возражает против картинок, которые я рисовал, соединяя евклидову геометрию с лоренцевской. Как он правильно отметил, это возможно только для некоторых очень специальных случаев; в общем случае лоренцовское пространство-время не имеет такого сечения комплексифицированного многообразия, на котором метрика одновременно вещественна и положительно определена, иначе говоря, евклидова. Однако это связано с неправильным пониманием евклидова интеграла по путям даже для обыкновенных негравитационных полей. Рассмотрим достаточно хорошо изученный случай Янга–Миллса. Анализ начинается с интеграла по путям от  $e^{i \text{Действие}}$  по всем связностям поля Янга–Миллса в пространстве Минковского. Этот интеграл осциллирует и поэтому не сходится. Чтобы получить хорошо определенный

интеграл по путям, делается виковский поворот к евклидовому пространству путем введения мнимой временной координаты  $\tau = -it$ . Подынтегральное выражение тогда принимает вид  $e^{-\text{Евклидово действие}}$ , и интеграл должен быть вычислен по всем вещественным связностям в евклидовом пространстве. Связность, вещественная в евклидовом пространстве, вообще говоря, не будет вещественной в пространстве Минковского. Но это несущественно. Идея состоит в том, что интеграл по путям по всем вещественным связностям в евклидовом пространстве эквивалентен, в смысле контурных интегралов, интегралу по путям по всем вещественным связностям в пространстве Минковского. Как и в случае квантовой гравитации, интеграл по путям для полей Янга–Миллса может быть вычислен методом седловой точки. Такие решения, соответствующие седловой точке, являются инстантонами Янга–Миллса, для классификации которых так много сделал Роджер со своей твисторной программой. Инстантоны Янга–Миллса вещественны в евклидовом пространстве. Но они комплексны в пространстве Минковского. Но это не существенно. Они все равно определяют вероятности физических процессов, типа электро-слабого рождения барионов.

Ситуация в квантовой гравитации похожа. Здесь также можно выполнить интегрирование по путям не по лоренцевским метрикам, а по всем положительно определенным или евклидовым метрикам. На самом деле, это необходимо сделать, если допустить, что гравитационные поля могут иметь различную топологию. Лоренцевская метрика может быть только на многообразии с нулевым числом Эйлера. Но как мы уже видели, интересные гравитационные эффекты, подобные внутренней энтропии, появляются именно для таких пространственно-временных многообразий, для которых эйлерова характеристика не равна нулю, что не допускает лоренцевской метрики. Существует проблема, состоящая в том, что евклидово действие для гравитации не ограничено снизу, так что похоже, что рассмотренный ранее интеграл по путям не сходится. Однако это можно исправить, проинтегрировав конформный множитель по комплексному контуру. Это, конечно, домысел, однако, я считаю, что такое поведение связано с калибровочной сте-



пению свободы, и оно исчезнет, когда мы научимся правильно брать интегралы по путям. Эта проблема появляется по физическим причинам: потенциальная энергия гравитации отрицательна, поскольку гравитация соответствует притяжению. Поэтому, эта проблема всегда будет появляться каким-либо образом в любой квантовой теории гравитации. Она возникнет в теории струн, если только в ней удастся пробиться так далеко. Пока что результаты струнной теории довольно голословны: она не может описать даже структуру Солнца, уж не говоря о черных дырах.

Врезав таким образом по теории струн, я вернусь к евклидову подходу и условию отсутствия границ. Хотя интеграл по путям берется по всем положительно определенным метрикам, седловой точке вполне может соответствовать и комплексная метрика. Это происходит в космологии, когда размер трехмерной поверхности  $\Sigma$  становится больше некоторого малого размера. Хотя я описываю метрику как половину евклидовой 4-сферы, соединенной с лоренцевской метрикой, это только приближение. Реальная метрика в седловой точке должна быть комплексной. Платонисты, вроде Роджера, могут сильно огорчиться, но это прекрасно для позитивистов, вроде меня. Метрика седловой точки ненаблюдаема. Все, что можно наблюдать — это волновую функцию, вычисленную в седловой точке, и она соответствует вещественной лоренцевской метрике. Я немного удивлен возражениями Роджера против моего использования евклидова и комплексного пространства-времени. Он сам использовал комплексное пространство-время в своей твисторной программе. На самом деле, замечания Роджера относительно того, что положительная частотность связана с голоморфностью, привели меня к развитию программы евклидовой квантовой гравитации. Я уже заявлял, что в рамках этой программы сделаны два наблюдательно проверяемых предсказания. А сколько предсказаний сделано на основе теории струн или твисторной программы?

Роджер чувствует, что наблюдение или применение коллапса волновой функции с помощью  $R$ -процесса приносит в физику СРТ нарушение. Он видит, как такое нарушение работает по крайней мере в двух ситуациях: космологии и черных

дырах. Я согласен, что мы можем ввести асимметрию времени, если будем задавать вопросы относительно наблюдений. Но я категорически против идеи о том, что существуют какие-то физические процессы, соответствующие редукции волновой функции, или что это имеет какое-то отношение к квантовой гравитации или сознанию. Для меня это звучит как магия, а не как наука.

Я уже объяснял в лекциях, почему я считаю, что предположение об отсутствии границ может объяснить наблюдаемую стрелу времени в космологии без какого-либо нарушения СРТ теоремы. Сейчас я объясню почему, в противоположность Роджеру, я не считаю, что с черными дырами также связана какая-то асимметрия во времени. В классической общей теории относительности черные дыры определяются как области, внутрь которых могут попадать разные предметы, но из которой ничто не может выйти обратно. Тогда можно спросить, а почему не существуют белые дыры, из которых предметы могут выходить, но не могут упасть обратно? Мой ответ состоит в том, что хотя черные и белые дыры являются совершенно различными в классической теории, в квантовом случае они одинаковы. Квантовая теория устраняет различие между ними: черные дыры могут излучать, а белые дыры, по-видимому, могут поглощать. Я предлагаю считать черной дырой область, если она является большой и классической, и при этом мало излучает. С другой стороны, поведение маленькой черной дыры, испускающей квантовое излучение, в точности соответствует поведению белой дыры.

Я проиллюстрирую это сходство черной и белой дыр, используя мысленный эксперимент, на который ссылался Роджер. Заключим определенное количество энергии в очень большой ящик с идеально отражающими стенками. Эта энергия различными способами может распределиться среди всех возможных состояний в ящике. Две возможные конфигурации соответствуют подавляющему большинству ситуаций. Это или ящик, наполненный тепловым излучением, или черная дыра, находящаяся в равновесии с тепловым излучением. Какая из конфигураций соответствует большому числу микроскопических состояний, зависит от размера ящика и количества энер-

гии в нем. Но можно подобрать эти параметры так, что обе эти конфигурации будут соответствовать примерно равному числу макроскопических состояний. Тогда можно ожидать, что состояние в ящике будет флуктуировать между этими двумя возможностями. Какое-то время ящик будет содержать только тепловое излучение. Но в некоторый момент времени там может возникнуть тепловая флуктуация излучения, что означает скопление очень большого числа частиц в малой области, и, тем самым, образуется черная дыра (рис. 7.1). В последующие моменты времени флуктуации излучения из черной дыры будут увеличиваться, а флуктуации поглощения уменьшаться, поэтому черная дыра начнет испаряться и исчезнет. Таким образом, система будет эргодически путешествовать в своем фазовом пространстве: в некоторые моменты времени там будет существовать черная дыра, а в другие моменты — нет (рис. 7.2).

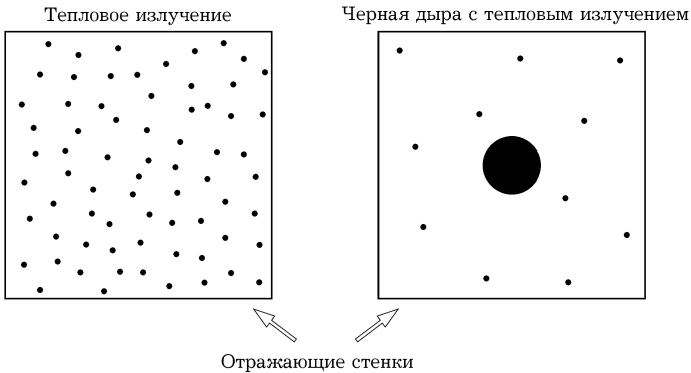


Рис. 7.1. Ящик, содержащий заданное количество энергии, будет содержать либо только тепловое излучение, либо черную дыру, находящуюся в тепловом равновесии с излучением

Роджер и я согласны, что ящик будет себя вести именно так, как я описал. Но мы расходимся в двух пунктах. Во-первых, Роджер убежден, что объем фазового пространства и информация будут потеряны в течение этого цикла появления и исчезновения черной дыры, во-вторых, что процесс не будет

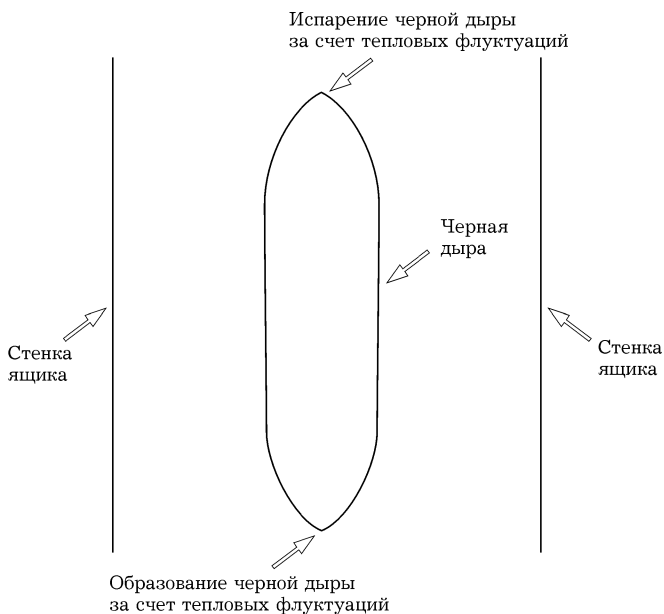


Рис. 7.2. Черная дыра, появляющаяся и исчезающая за счет тепловых флуктуаций

симметричен по времени. По первому пункту Роджер, кажется, чувствует, что теорема об отсутствии волос у черной дыры приводит к потере объема фазового пространства, поскольку большое число различных конфигураций коллапсирующих частиц дает в результате одну и ту же черную дыру. Он утверждает, что  $\mathbf{R}$ -процесс, т. е. коллапс волновой функции, приводит к компенсирующему приросту объема фазового пространства. Для меня не совсем ясно, как это  $\mathbf{R}$ -процесс допускает такой прирост. В ящике нет наблюдателей, и поэтому мне не очень нравится утверждение, что он происходит спонтанно, но я буду так считать до тех пор, пока не будет предложен способ его вычисления. В противном случае, это просто магия. Как бы то ни было, я не согласен с тем, что происходит потеря объема фазового пространства. Если вы говорите, что число состояний черной дыры равно  $e^{\frac{1}{4}A}$ , то здесь нет зависимости от объема пространства. В системе, подобной ящику, который

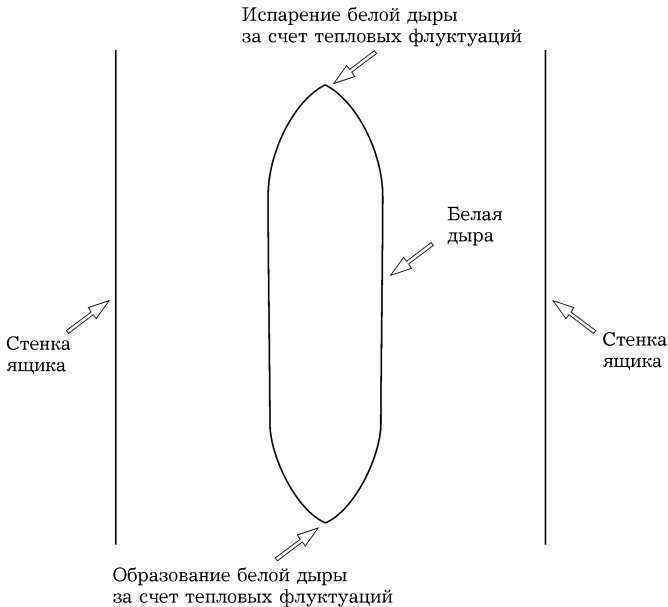


Рис. 7.3. Появление и исчезновение белой дыры за счет тепловых флуктуаций

может находиться в любом состоянии, отсутствует информация. Поэтому отсутствуют и потери информации.

Обращаясь к нашему второму разногласию, я считаю, что появление и исчезновение черных дыр будет симметричным по времени. Это все равно, как если бы вы взяли фильм о ящике и прокрутили в обратном направлении. Получилось бы то же самое. В одном направлении по времени мы увидим черные дыры, которые сначала появляются, а потом исчезают. В другом направлении — получим исчезающие и появляющиеся белые дыры, которые получают путем обращения времени из черных дыр. Эти две картины должны быть одинаковы, если белые дыры — то же, что и черные. В этом случае нет никаких оснований привлекать нарушение СРТ-теоремы, основываясь на поведении такого ящика (рис. 7.3). Первоначально как Роджер, так и Дон Пейдж, отвергали мое предложение о том, что образование и испарение черных дыр является симметричным

по времени процессом. Однако Дон постепенно склонился к согласию со мной. Я ожидаю, что Роджер сделает то же самое.

## Ответ Роджера Пенроуза

Позвольте мне сначала отметить, что между нами все же больше общего, чем разногласий. Однако существуют определенные (фундаментальные) пункты, по которым мы расходимся, и именно на них я хочу остановиться в дальнейшем.

### Коты и прочее

Какой бы ни была «реальность», она должна объяснять, как воспринимать этот мир. КМ не делает этого, и поэтому необходимо дополнять ее еще чем-то — тем, что не содержится в стандартных правилах КМ. В частности, мне кажется, что Стивен не все учел в моих замечаниях по поводу проблемы с котом. Проблема не в том, что потеря информации приводит к описанию системы с помощью матрицы плотности, а в том, что две матрицы плотности, например

$$D = \frac{1}{4}(|\text{живой}\rangle + |\text{мертвый}\rangle)(\langle\text{живой}| + \langle\text{мертвый}|) + \frac{1}{4}(|\text{живой}\rangle - |\text{мертвый}\rangle)(\langle\text{живой}| - \langle\text{мертвый}|) \quad (7.1)$$

и

$$D = \frac{1}{2}|\text{живой}\rangle\langle\text{живой}| + \frac{1}{2}|\text{мертвый}\rangle\langle\text{мертвый}|, \quad (7.2)$$

равны между собой. Следовательно, мы должны решить проблему, почему мы воспринимаем либо живого кота, либо мертвого, но никак не суперпозицию. Я думаю, что в этих вопросах важна философия, но она не дает на него ответа.

Мне кажется, что для объяснения того, как мы воспринимаем этот мир, в рамках квантовой механики нам необходимо создать одну (или обе) из следующих теорий:

(А) теорию восприятия;

(Б) теорию реального физического поведения.

Фактически, включая наблюдателя в игру, мы сводим соответствующий вектор состояния (в случае (7.1)) к виду

$$\frac{1}{2}(|\text{живой}\rangle \pm |\text{мертвый}\rangle)(|\text{наблюдатель видит живого кота}\rangle \pm |\text{наблюдатель видит мертвого кота}\rangle). \quad (7.3)$$

Тогда первая альтернатива (А) состояла бы в том, чтобы исключить возможность суперпозиции во втором множителе, поскольку такое состояние восприятия недопустимо. Требование (Б), с другой стороны, состоит в исключении суперпозиции в первом множителе. По моим представлениям, эти крупномасштабные суперпозиции нестабильны, и они должны быстро (спонтанно) распадаться в то или другое стабильное состояние  $|\text{живой}\rangle$  или  $|\text{мертвый}\rangle$ . Я убежден, что Стивен должен поддерживать возможность (А) [Хокинг: Нет!], поскольку он не поддерживает (Б). Я же сильнее поддерживаю возможность (Б), поскольку убежден, что принятие (А) является опасной точкой зрения, т. к. ведет к различного сорта неприятностям. В частности, тем, кто поддерживает (А), необходима теория разума, или мозга, или чего-то подобного. Я удивлен тем, что Стивен, видимо, не поддерживает ни (А), ни (Б), и жду его комментариев по этому поводу.

### Виковский поворот

Он является полезным инструментом в КТП. Замена  $t$  на  $it$  происходит путем вращения временной оси. Это переводит пространство Минковского в евклидово пространство. Полезность такого шага следует из того, что определенные выражения (такие, как интегралы по путям) лучше определены в евклидовом пространстве, а не в пространстве Минковского. Виковский поворот является хорошо контролируемым приемом в КТП, по крайней мере, пока он применяется в плоском (или стационарном) пространстве-времени. Идея Стивена об использовании «виковского поворота» в пространстве лоренцовских метрик (для получения пространства евклидовых метрик) действительно очень интересна и необычна, но в то же время она очень сильно отличается от поворота

Вика в КТП. Это действительно «виковский поворот» на другом уровне. Предположение об отсутствии границ (ПОГ) тоже очень интересное. Оно определено связано с гипотезой вейлевской кривизны. Однако с моей точки зрения, ПОГ пока очень далеко от возможности объяснения того факта, что сингулярности в прошлом имеют малую вейлевскую кривизну, в то время как сингулярности в будущем — большую. Это то, что мы наблюдаем в нашей Вселенной, и я убежден, что в отношении наблюдательных фактов Стивен со мной согласен.

### Потеря фазового пространства

Я думаю, что Стивен и я согласны, что имеется потеря информации в черной дыре, но мы расходимся по поводу потери фазового пространства. Стивен заявил, что **R**-процесс является больше магией, чем физикой. Конечно, я с этим не согласен. Я считаю, что объяснил в своей второй лекции, почему такая точка зрения приемлема. Кроме того, я высказал определенное предложение относительно скорости редукции состояния, которое будет происходить за время порядка

$$T \sim \frac{\hbar}{E}. \quad (7.4)$$

Я думаю также, что диаграмма черных дыр Стивена сильно вводит в заблуждение. Он должен нарисовать диаграмму Картера, и тогда очевидно, что она несимметрична по времени. И Стивен, и я тем не менее согласны, что информация теряется, но при этом я убежден еще и в том, что происходит уменьшение объема фазового пространства. Более того, если схема была бы полностью симметрична, мы должны были бы иметь белые дыры, являющиеся областями, из которых может выходить множество вещей, и что противоречит, по крайней мере, гипотезе вейлевской кривизны, второму началу термодинамики и также, вероятно, наблюдениям. Этот вопрос очень тесно связан с возможными типами сингулярностей допускаемых «квантовой гравитации». С моей точки зрения, теория должна быть асимметрична по времени во всех приложениях.



## Стивен Хокинг

Роджер беспокоится относительно бедного кота Шредингера. Такой мысленный эксперимент вряд ли является политкорректным в настоящий момент. Роджер озабочен тем, что матрица плотности, учитывая состояния

$$|\text{кот жив}\rangle \text{ и } |\text{кот мертв}\rangle,$$

с равными вероятностями, дает также равные вероятности для состояний

$$(|\text{кот жив}\rangle + |\text{кот мертв}\rangle) \text{ и } (|\text{кот жив}\rangle - |\text{кот мертв}\rangle).$$

Так почему же мы наблюдаем либо  $|\text{кот жив}\rangle$ , либо  $|\text{кот мертв}\rangle$ ? Почему мы не наблюдаем

$$\text{или } (|\text{кот жив}\rangle + |\text{кот мертв}\rangle), \text{ или } (|\text{кот жив}\rangle - |\text{кот мертв}\rangle)?$$

Первое, что я хотел бы сказать, что такая неоднозначность в собственных состояниях матрицы плотности может появиться лишь тогда, когда собственные значения точно совпадают. Если бы вероятности для  $|\text{живой}\rangle$  и  $|\text{мертвый}\rangle$  были слегка различны, неоднозначности в собственных состояниях не было бы. Эти базисы различаются по своим собственным векторам в матрице плотности. Так почему природа выбрала матрицу плотности диагональной в базисе  $|\text{живой}\rangle/|\text{мертвый}\rangle$ , а не в базисе  $|\text{живой}\rangle + |\text{мертвый}\rangle/|\text{живой}\rangle - |\text{мертвый}\rangle$ ? Ответ состоит в том, что состояния  $|\text{кот жив}\rangle$  и  $|\text{кот мертв}\rangle$  на макроскопическом уровне отличаются такими вещами, как положением пули или раной кота. Когда мы отслеживаем все такие причины, которые мы не наблюдаем, как, например, возмущения плотности воздуха, то матричный элемент любой наблюдаемой между состояниями  $|\text{кот жив}\rangle$  и  $|\text{кот мертв}\rangle$  будет усредняться и давать нуль. Именно поэтому при наблюдениях мы всегда получаем, что  $|\text{кот жив}\rangle$  или  $|\text{кот мертв}\rangle$ , но никогда не получаем их комбинацию. Это обычная квантовая механика. При этом нет необходимости в новой теории измерений, а уж тем более в квантовой теории гравитации.

Вернемся к квантовой гравитации. Роджер, по-видимому, согласен с тем, что предложение об отсутствии границ может объяснить малость вейлевского тензора в ранней Вселенной. Однако он спрашивает, может ли она привести к большому значению тензора Вейля, которое, как ожидается, должно проявляться при гравитационном коллапсе черных дыр или коллапсе целой Вселенной. Я думаю, что это опять основано на неверном понимании ПОГ. Роджер, видимо, согласен с тем, что существуют лоренцевские решения, которые начинаются в ранней Вселенной и являются достаточно гладкими, а затем развиваются в сильно нерегулярную метрику при гравитационном коллапсе. Для ранней Вселенной можно соединить эти лоренцевские метрики с половиной евклидовой 4-сферы. Это приближенно дает метрику седловой точки для волновой функции в случае сильно искаженной 3-геометрии при коллапсе (рис. 7.4). Конечно, как я сказал раньше, точная метрика в седловой точке будет сложной и не будет ни лоренцевой, ни евклидовой. Тем не менее, в хорошем приближении ее можно разделить на области, которые будут близки к евклидовым или лоренцевским. Евклидова область будет только слегка отличаться от половины круглой 4-сферы. Тогда ее действие будет лишь чуть больше, чем для половины круглой 4-сферы, которая соответствует однородной и изотропной Вселенной. Лоренцевская часть решения будет сильно отличаться от такого однородного и изотропного решения. Однако действие этой лоренцевской части сказывается лишь на изменении фазы волновой функции и никак на амплитуде. Она определяется действием евклидовой части и почти не зависит от того, как возмущена 3-геометрия. Поэтому все 3-геометрии при гравитационном коллапсе равновероятны, что соответствует сильно нерегулярной метрике с большим значением кривизны Вейля. Я надеюсь, что это убедит Роджера и всех остальных в том, что предположение об отсутствии границ может объяснить, и почему ранняя Вселенная была гладкой, и почему гравитационный коллапс будет нерегулярным.

Последнее, на чем я хочу остановиться — это мысленный эксперимент с черной дырой в ящике. Роджер до сих пор убежден в том, что происходит уменьшение объема фазово-

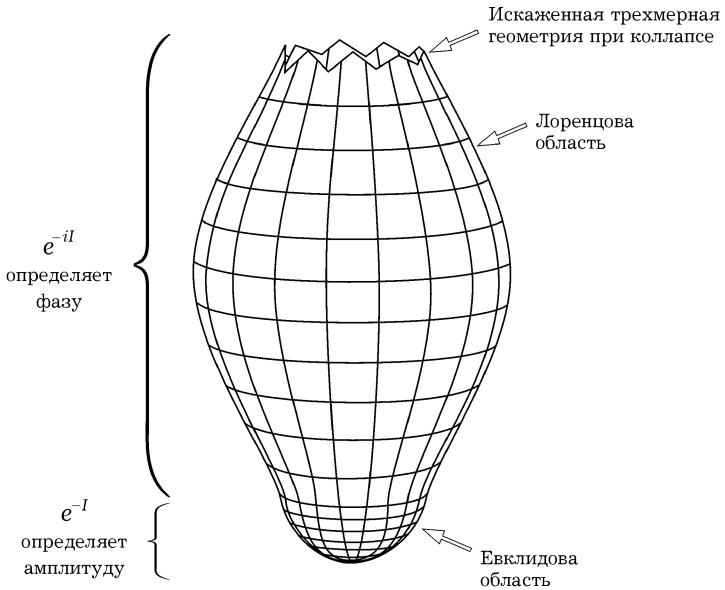


Рис. 7.4. В процессе туннелирования к коллапсирующей 3-геометрии евклидово сечение определяет амплитуду волновой функции для 3-геометрии, в то время как лоренцевское сечение — ее фазу

го пространства, потому что многие различные конфигурации коллапсируют, образуя одну и ту же черную дыру. Но точка зрения термодинамики черных дыр состоит в том, что такое уменьшение фазового пространства не должно происходить. Возможность приписать черной дыре энтропию определяется тем, что дыра может быть образована  $e^S$  способами. При испарении симметричным во времени образом она излучает также  $e^S$  способами. Поэтому уменьшение объема фазового пространства отсутствует, и нет необходимости использовать для его компенсации  $\mathbf{R}$ -процесс. Иначе говоря, я убежден в гравитационном коллапсе, но не в коллапсе волновой функции.

И, наконец, относительно моего заявления об одинаковости черных и белых дыр. Роджер возражает, что диаграммы Картера–Пенроуза для них очень различны (рис. 7.5). Я согласен, что они различны, но можно сказать, что это только

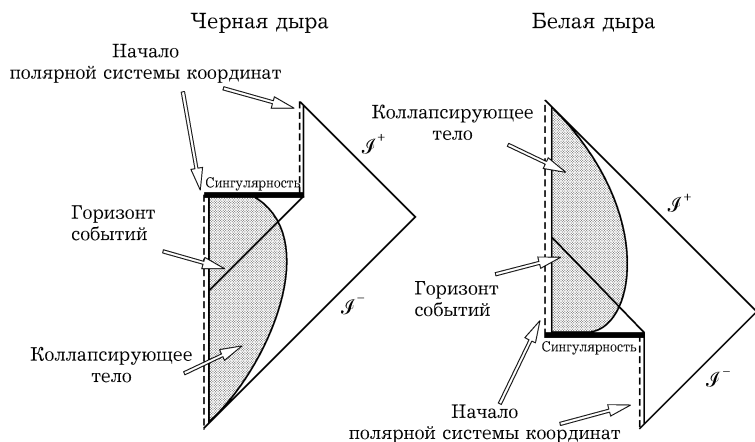


Рис. 7.5. Диаграммы Картера–Пенроуза для черной и белой дыр

классическая картина. В квантовой теории я могу заявить, что черная и белая дыры являются одинаковыми объектами для внешнего наблюдателя. Но в ответ Роджер может спросить, а что же увидит тот человек, который падает в дыру? Увидит ли он или она диаграмму Картера–Пенроуза для черной дыры? Я думаю, что этот аргумент несостоятелен, так как он основан на предположении, что существует единственная метрика для пространства-времени, как в классической теории. В квантовой теории, в противоположность классической, мы должны вычислять интегралы по путям по всем возможным метрикам. В различных случаях при этом возникнут метрики в различных седловых точках. В частности, метрики в седловых точках для случая, когда вопросы задает внешний наблюдатель, будут отличаться от метрик в седловых точках для падающего наблюдателя. Можно себе также представить, что черная дыра излучает наблюдателя. Вероятность этого мала, но отлична от нуля. По-видимому, метрика седловой точки такого наблюдателя будет соответствовать диаграмме Картера–Пенроуза для белой дыры, поэтому мое утверждение о том, что черная и белая дыры по сути являются одним и тем же, самосогласованно. Это единственный естественный способ сделать квантовую гравитацию СРТ-инвариантной.

## Ответ Роджера Пенроуза

Я хочу вернуться к замечанию Стивена о проблемах с котом. Фактически, равенство собственных значений несущественно. Недавно было показано (Хьючстон и др. 1993), что для любой матрицы плотности (даже с полностью различными собственными значениями), для всех различных способов, в которых она может быть записана как вероятностная смесь (не обязательно ортогональных) состояний, существует единственное измерение, проведенное над «неизвестной частью вектора состояния», которое, в принципе, дает для заданной вероятностной смеси интерпретацию матрицы плотности для «известной части». Более того, если учитывается влияние окружающей среды, можно заметить, что даже если недиагональные члены малы, влияние на собственные векторы может быть очень большим. Далее, Стивен упомянул про пули и прочее. Реально это не меняет сути дела, поскольку мы имеем те же проблемы для системы «кот+пуля», что и для одного кота. Я думаю, что этот вопрос о «реальности» показывает фундаментальную разницу между Стивеном и мной, и он связан с другими проблемами, например, с проблемой о том, будут ли одинаковы черная и белая дыры. Все это действительно сводится к тому факту, что на макроскопическом уровне мы воспринимаем только одно пространство-время. Тогда, как мне кажется, мы должны поддержать либо (А), либо (В). Я так и не понял, как к этому относится Стивен.

Белые и черные дыры могут быть похожи, если они малы. Маленькая черная дыра будет очень сильно излучать и поэтому может выглядеть как белая дыра. По-видимому, маленькая белая дыра будет также поглощать большое количество излучения. Но на макроскопическом уровне такая идентификация кажется мне не очень подходящей. Я полагаю, что они должны отличаться еще чем-то.

Квантовой механике сейчас около 75 лет. Это не очень много, если сравнить ее для примера с ньютоновской теорией гравитации. Следовательно, вряд ли будет сюрпризом, если КМ как-то изменится для существенно макроскопических объектов.

В начале этого обсуждения Стивен сказал, что он думает, что он позитивист, в то время как я — платонист. Я рад, что он позитивист, но решающим моментом здесь является то, что я скорее реалист, а не платонист. Так, если сравнить это обсуждение с известным спором Бора и Эйнштейна, около 70 лет назад, я склонен думать, что Стивен играет роль Бора, а я — Эйнштейна. Именно Эйнштейн утверждал, что должно существовать нечто, подобное реальному миру, не обязательно представленное волновой функцией, в то время как Бор подчеркивал, что волновая функция не описывает «реальный» микромир, а только «знания о нем», на основе которых можно делать предсказания.

Считается, что Бор выиграл спор. На самом деле, если следовать недавней биографии Эйнштейна, написанной Пайсом (1994), Эйнштейн мог бы после 1925 г. заниматься рыбалкой. Действительно, он не добился каких-либо крупных достижений, хотя его проницательная критика была чрезвычайно полезной. Мне кажется, что причина отсутствия крупных достижений Эйнштейна в квантовой механике состоит в том, что в КМ не хватало важнейших элементов. Этим пропущенным элементом КМ было сделанное Стивеном открытие около 50 лет спустя излучения черных дыр. Потеря информации, связанная с излучением черных дыр, может обеспечить новый виток развития.

## Вопросы и ответы

*Гарри Горовиц (замечание):* Здесь было сделано несколько пренебрежительных замечаний относительно теории струн. Хотя они и пренебрежительные, но их большое число показывает по меньшей мере то, что теория струн достаточно важна! Некоторые из этих замечаний вводят в заблуждение, некоторые просто ошибочны. Во-первых, теория струн сводится в пределе слабых полей к общей теории относительности и поэтому дает те же результаты, что и общая теория относительности. Теория струн может также дать лучшее понимание того, что происходит в сингулярности, и, фактически,

в теории струн могут быть, по-видимому, решены некоторые проблемы неконтролируемых расходимостей. Я не собираюсь утверждать, что теория струн смогла решить все свои проблемы, но она представляется очень многообещающим направлением.

*Вопрос:* Задается путанный вопрос относительно кота.

*Ответ:* Роджер Пенроуз снова разъясняет проблему шредингерского кота.

*Вопрос:* Не может ли Роджер Пенроуз прокомментировать подход на основе декогерентных историй? Было показано, что сильная декогерентность может быть получена за счет влияния внешнего устройства; однако пока не вполне понятно, как декогерентность могла бы появиться внутренне. Может быть это связано с тем фактом, что декогерентность может быть связана со свойствами пространства-времени?

*Ответ (Пенроуз):* В программе декогерентных историй как часть общей схемы выступает нечто, подобное  $R$ -операции. Так что этот подход отличен от обычной КМ, но в то же время в чем-то он отличается от моего подхода. Однако интересно слышать, что здесь могла бы быть какая-то связь со структурой пространства-времени. Я думаю, что мой подход меньше отличается от подхода с согласующимися историями, чем от подхода Стивена по отношению к вопросу об асимметрии времени.

*Вопрос:* Что можно сказать об энтропии в мысленном эксперименте с черной дырой в ящике? Не будет ли обратимая во времени ситуация нарушать второй закон термодинамики?

*Ответ (Хокинг):* Ящик находится в состоянии с максимальной энтропией. Система эргодически движется по всем возможным состояниям, поэтому никакого нарушения быть не может.

*Вопрос:* Возможна ли экспериментальная проверка механизма квантовых измерений?

*Ответ (Пенроуз):* Это может быть (хотя бы в принципе) проверено экспериментально. Можно было бы попытаться вы-

полнить некоторые эксперименты типа Леггетта, использующие некоторые крупномасштабные суперпозиции. Неприятности в экспериментах такого рода состоят в том, что эффекты декогерентности, возникающие за счет влияния окружающей среды, намного больше, чем те, которые хотелось бы измерить. Это приводит к необходимости очень хорошо изолировать систему. Пока, насколько я знаю, не существует каких-либо предложений по проверке этой идеи в деталях, но в действительности это было бы очень интересно.

*Вопрос:* В инфляционной модели Вселенной ее масса должна быть очень точно сбалансирована между значениями, соответствующими случаям расширения и сжатия. Обнаружено пока только около 10% массы, необходимой для такого баланса. Поиски оставшейся массы напоминают мне поиски «эфира», которым занимались в начале столетия. Не могли бы Вы прокомментировать это?

*Ответ (Пенроуз):* Я спокойно отношусь к сообщению, что постоянная Хаббла находится в данных пределах, и 10% критической массы меня очень устраивают. Я никогда особенно не радовался какой-либо инфляционной модели. Но я думаю, что Стивен хотел бы, чтобы Вселенная была замкнутой, что является частью ПОГ. [Хокинг: Да!]

*Ответ (Хокинг):* Постоянная Хаббла может быть меньше, чем сейчас принято. Она уменьшилась примерно в 10 раз за последние пятьдесят лет, и я не вижу причин, по которым она не может уменьшиться еще в 2 раза. Тогда мы будем считать, что вся необходимая масса уже найдена.



## Литература

---

- Aharonov, Y., Bergmann, P., and Lebowitz, J. L. 1964. *Time symmetry in the quantum process of measurement*. In *Quantum Theory and Measurement*, ed. J. A. Wheeler and W. H. Zurek. Princeton University Press, Princeton, 1983. Originally in Phys. Rev. 134B, 1410–16.
- Bekenstein, J. 1973. *Black holes and entropy*. Phys. Rev. D7, 2333–46.
- Carter, B. 1971. *Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom*. Phys. Rev. Lett. 26, 331–333.
- Diósi, L. 1989. *Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations*. Phys. Rev. A40, 1165–74.
- Fletcher, J., and Woodhouse, N. M. J. 1990. *Twistor characterization of stationary axisymmetric solutions of Einstein's equations*. In *Twistors in Mathematics and Physics*, ed. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Gell-Mann, M., and Hartle, J. B. 1990. In *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*. SFI Studies in the Science of Complexity, vol. 8, ed. W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Geroch, R. 1970. *Domain of dependence*. J. Math. Phys. 11, 437–449.
- Geroch, R., Kronheimer, E. H., and Penrose, R. 1972. *Ideal points in space-time*. Proc. Roy. Soc. London A347, 545–567,
- Ghirardi, G. C., Grassi, R., and Rimini, A. 1990. *Continuous-spontaneous-reduction model involving gravity*. Phys. Rev. A42, 1057–64.
- Gibbons, G. W. 1972. *The time-symmetric initial value problem for black holes*. Comm. Math. Phys. 27, 87–102.
- Griffiths, R. 1984. *Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics*. J. Stat. Phys. 36, 219–272.
- Hartle, J. B., and Hawking, S. W. 1983. *Wave function of the universe*. Phys. Rev. D28, 2960–2975.

- Hawking, S.W. 1965. *Occurrence of singularities in open universes*. Phys. Rev. Lett. 15, 689–690.
- Hawking, S.W. 1972. *Black holes in general relativity*. Comm. Math. Phys. 25, 152–166.
- Hawking, S.W. 1975. *Particle creation by black holes*. Comm. Math. Phys. 43, 199–220.
- Hawking, S.W., and Penrose, R. 1970. *The singularities of gravitational collapse and cosmology*. Proc. Roy. Soc. London A314, 529–48.
- Hodges, A.P. 1982. *Twistor diagrams*. Physica 114A, 157–75.
- Hodges, A.P. 1985. *A twistor approach to the regularization of divergences*. Proc. Roy. Soc. London A397, 341–74. Also, *Mass eigenstates in twistor theory*, *ibid.*, 375–96.
- Hodges, A.P. 1990. *Twistor diagrams and Feynman diagrams*. In *Twistors in Mathematics and Physics*, ed. T.N. Bailey and R.J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Hodges, A.P., Penrose, R., and Singer, M.A. 1989. *A twistor conformal field theory for four space-time dimensions*. Phys. Lett. B216, 48–52.
- Huggett, S.A., and Tod, K.P. 1985. *An Introduction to Twistor Theory*. London Math. Soc. student texts. LMS publication, Cambridge University Press, New York.
- Hughston, L.P., Jozsa, R., and Woorters, W.K. 1993. *A complete classification of quantum ensembles having a given density matrix*. Phys. Lett. A183, 14–18.
- Israel, W. 1967. *Event horizons in static vacuum space-times*. Phys. Rev. 164, 1776–1779.
- Majorana, E. 1932. *Atomi orientati in campo magnetico variabile*. Nuovo Cimento 9, 43–50.
- Mason, L.J., and Woodhouse, N.M.J. 1996. *Integrable Systems and Twistor Theory (tentative)*. Oxford University Press, Oxford (forthcoming).
- Newman, R.P.A.C. 1993. *On the structure of conformal singularities in classical general relativity*. Proc. Roy. Soc. London A443, 473–92; II, *Evolution equations and a conjecture of K.P. Tod*, *ibid.*, 493–515.
- Omnes, R. 1992. *Consistent interpretations of quantum mechanics*. Rev. Mod. Phys. 64, 339–82.
- Oppenheimer, J.R., and Snyder, H. 1939. *On continued gravitational contraction*. Phys. Rev. 56, 455–59.

- Pais, A. 1994. *Einstein Lived Here*. Oxford University Press, Oxford.
- Penrose, R. 1965. *Gravitational collapse and space-time singularities*. Phys. Rev. Lett. 14, 57–59.
- Penrose, R. 1973. *Naked singularities*. Ann. N. Y. Acad. Sci. 224, 125–134.
- Penrose, R. 1976. *Non-Linear gravitons and curved twistor theory*. Gen. Rel. Grav. 7, 31–52.
- Penrose, R. 1978. *Singularities of space-time*. In *Theoretical Principles in Astrophysics and Relativity*, ed. N. R. Liebowitz, W. H. Reid, and P. O. Vandervoort. University of Chicago Press, Chicago.
- Penrose, R. 1979. *Singularities and time-asymmetry*. In *General Relativity: An Einstein Centenary*, ed. S. W. Hawking and W. Israel. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Penrose, R. 1982. *Quasi-local mass and angular momentum in general relativity*. Proc. Roy. Soc. London A381, 53–63.
- Penrose, R. 1986. *On the origins of twistor theory*. In *Gravitation and Geometry (I. Robinson Festschrift volume)*, ed. W. Rindler and A. Trautman. Bibliopolis, Naples.
- Penrose, R. 1992. *Twistors as spin 3/2 charges*. In *Gravitation and Modern Cosmology (P. G. Bergmann's 75th Birthday volume)*, ed. A. Zichichi, N. de Sabbata, and N. Sánchez. Plenum Press, New York.
- Penrose, R. 1993. *Gravity and quantum mechanics*. In *General Relativity and Gravitation 1992. Proceedings of the Thirteenth International Conference on General Relativity and Gravitation held at Cordoba, Argentina, 28 June–4 July 1992. Part 1, Plenary Lectures*, ed. R. J. Gleiser, C. N. Kozameh, and O. M. Moreschi. Institute of Physics Publication, Bristol and Philadelphia.
- Penrose, R. 1994. *Shadows of the Mind: An Approach to the Missing Science of Consciousness*. Oxford University Press, Oxford.
- Penrose, R., and Rindler, W. 1984. *Spinors and Space-Time*, vol. 1: *Two-Spinor Calculus and Relativistic Fields*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Penrose, R., and Rindler, W. 1986. *Spinors and Space-Time*, vol. 2: *Spinor and Twistor Methods in Space-Time Geometry*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Rindler, W. 1977. *Essential Relativity*. Springer-Verlag, New York.
- Robinson, D. C. 1975. *Uniqueness of the Kerr black hole*. Phys. Rev. Lett. 34, 905–906.

- Seifert, H.-J. 1971. *The causal boundary of space-times*. Gen. Rel. and Grav. 1, 247–259.
- Tod, K. P. 1990. *Penrose's quasi-local mass*. In *Twistors in Mathematics and Physics*, ed. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Ward, R. S. 1977. *On self-dual gauge fields*. Phys. Lett. 61A, 81–82.
- Ward, R. S. 1983. *Stationary and axi-symmetric spacetimes*. Gen. Rel. Grav. 15, 105–9.
- Woodhouse, N. M. J., and Mason, L. J. 1988. *The Geroch group and non-Hausdorff twistor spaces*. Nonlinearity I, 73–114.
- 

**Стивен Хокинг, Роджер Пенроуз**

## **ПРИРОДА ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ**

*Дизайнер М. В. Ботя*

*Технический редактор А. В. Широбоков*

*Компьютерная подготовка: И. В. Рылова, В. С. Княжин*

*Корректор М. А. Ложкина*

---

Подписано к печати 11.05.00. Формат 84 × 108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>.

Усл. печ. л. 8,4. Уч. изд. л. 8,23.

Гарнитура Computer Modern Roman. Бумага офсетная № 1.

Печать офсетная. Заказ № И79.

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»

426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ № 084 от 03.04.00.

Отпечатано с готовых диапозитивов

в Ижевской республиканской типографии,

426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.

---